

# 雷达信号处理

## 从零开始 完整学习指南

---

本指南基于《雷达信号处理》课程课件整理

面向对象：零基础 / 弱基础 EE 学生

内容范围：第1章 雷达系统导论 ~ 第10章 代表性雷达介绍

更新时间：2026年6月

---

# 第1章 雷达系统导论

本章导读：你有没有好奇过，蝙蝠在漆黑的洞穴里为什么不会撞到墙上？为什么机场的塔台能知道几十公里外有一架飞机正在靠近？为什么气象局能预测台风的位置？这些问题的答案都指向同一个技术——雷达。本章将从零开始，带你走进雷达的世界。

## 1.1 什么是雷达

### 1.1.1 从蝙蝠说起

想象一下：你蒙上眼睛走进一个完全黑暗的房间，你能知道前面有一堵墙吗？不能。但蝙蝠可以。

蝙蝠是怎么做到的？它从嘴里发出一声高频尖叫（人耳听不到），这声尖叫在空中传播，撞到墙壁或飞蛾后反弹回来，蝙蝠用耳朵接收回波，根据回声回来的时间判断前方物体的距离和方位。

核心思想：发一个”声音”出去，听它反弹回来的”回声”，就知道目标在哪里。

雷达（RADAR）的工作原理和蝙蝠一模一样。只不过：

- 蝙蝠用的是 声波，雷达用的是 电磁波（无线电波）
- 蝙蝠的”叫声”频率在几万赫兹，雷达的”叫声”频率在几百万到几百亿赫兹
- 蝙蝠能”听”几十米，雷达能”看”几千公里

### 1.1.2 RADAR 这个名字怎么来的？

RADAR 是 RAdio Detection And Ranging 的缩写，中文意为”无线电探测与测距”。

拆开来看：

单词	含义	大白话
Radio	无线电	用电磁波，不是用声波
Detection	探测	发现有没有目标
And	和	两个功能一起做
Ranging	测距	测量目标有多远

### 1.1.3 雷达能做什么？

雷达的三大基本能力：

1. 探测 (Detection)：有没有东西在那里？
2. 测距 (Ranging)：那东西离我多远？
3. 测速 (Velocity)：那东西移动得多快？

高级雷达还能做更多：成像（合成孔径雷达SAR）、识别目标类型（是战斗机还是客机）、跟踪目标轨迹等。

### 1.1.4 生活中的雷达

你以为雷达只在军事领域？其实它无处不在：

- 机场空管：监视飞机位置，防止相撞
- 气象雷达：探测降雨、台风的位置和强度
- 汽车雷达：倒车雷达、自适应巡航（毫米波雷达）
- 警用测速：测你车开多快（多普勒雷达）
- 遥感卫星：合成孔径雷达（SAR），全天候观测地球

一句话总结：雷达 = 主动发出电磁波 + 接收回波 + 从中提取目标信息。

## 1.2 雷达发展史

学习历史不是为了背年份，而是理解：技术是在解决什么问题的过程中诞生的？

### 1.2.1 电磁波的发现（前提条件）

在雷达出现之前，人类必须首先知道电磁波的存在。

关键人物时间线：

年份	人物	贡献
1831	法拉第	发现电磁感应——变化的磁场产生电场
1865	麦克斯韦	用方程组预言电磁波的存在（公式之美！）
1887	赫兹	首次用实验证实电磁波的存在——这是雷达的起点
1897	马可尼	实现跨大西洋无线电通信

**重点：**赫兹的实验被认为是“雷达的诞生前夜”。他证明了电磁波可以发射、传播、被反射和接收——这正是雷达的四个基本步骤。

### 1.2.2 雷达的“史前时期”（1904-1934）

早在“雷达”这个词出现之前，就有人尝试用无线电波探测物体：

- 1904年，德国工程师 Hulsmeier 发明了“telemobiloscope”（远程移动物体观察仪），用无线电波探测河上的船只。这实际上就是世界上第一个雷达原型。但当时的技术太粗糙，没有引起重视。
- 1922年，美国海军研究实验室（NRL）的 Taylor 和 Young 在测试无线电通信时，发现当船在发射机和接收机之间穿过时，信号会发生变化。他们意识到“可以用无线电波探测船舰”。
- 1925年，Breit 和 Tuve 用脉冲无线电波测量电离层高度——这本质上就是雷达测距。

### 1.2.3 真正的雷达诞生：Chain Home（1935-1939）

这是雷达史上最重要的转折点。

**背景：**1930年代，欧洲局势紧张。英国担心德国轰炸机的威胁，急需一种能提前发现敌机的方法。

**关键在于一个人：**Robert Watson-Watt（罗伯特·沃特森-瓦特）。

1935年2月，Watson-Watt 向英国空军递交了一份著名的备忘录，标题是《用无线电波探测飞机》。他论证了用无线电波探测飞机的可行性。

**Daventry 实验（1935年2月26日）：**在一个叫 Daventry 的地方，Watson-Watt 用 BBC 的短波广播发射机（49米波长）作为信号源，成功探测到了8公里外的一架 Heyford 轰炸机。这是人类历史上第一次用雷达探测到飞机。

**Chain Home（本土链）：**

- 1936年，Watson-Watt 开始主持建设 Chain Home 雷达系统
- 到1939年二战爆发时，英国东海岸已经部署了20个雷达站
- Chain Home 的工作频率：22-55 MHz（属于高频HF/VHF波段）
- 探测距离：约200公里
- 天线高度：81.5米（相当于30层楼高）

**Chain Home 为什么重要？**

在不列颠之战（Battle of Britain）中，Chain Home 让英国空军能提前20分钟知道德国飞机的来袭方向、距离和数量。这使得英国可以用有限的战斗机资源最有效地拦截敌机。丘吉尔说：“我们在战争中所依赖的雷达，是从 Watt 的头脑中诞生的。”

## 1.2.4 二战期间的大发展（1939-1945）

战争是技术发展的催化剂。二战期间，雷达技术经历了爆发式发展：

**美国方面：**

- 1937年，Russell 和 Sigurd Varian 兄弟发明了 **速调管（Klystron）**，可以在微波频段产生大功率信号
- SCR-268（1938年）：美国最早的军用雷达，用于引导探照灯
- SCR-270/271（1940年）：远程预警雷达。正是 SCR-270 在 1941年12月7日珍珠港袭击前 探测到了日本飞机（可惜当时被误判为友机）

**MIT 辐射实验室（Rad Lab）：**

- 1940年成立，10年运营期间，共研制了 **100多种雷达系统**
- 发明了 **微波雷达**（波长10厘米以下的 X波段）
- 发明了 **动目标显示（MTI）** 技术，能区分运动和静止目标

其他国家：

- 德国也有雷达技术（Freya、Würzburg雷达），但过度自信导致没有像英国那样建立完整的预警网络

### 1.2.5 战后到现代（1950年代至今）

1950年代：

- 合成孔径雷达（SAR）概念提出——让雷达能“成像”，获得类似照片的高分辨率图像
- 雷达成为防空系统的核心

1960-1970年代：

- 相控阵雷达 出现——不再需要机械转动天线，用电子的方式控制波束方向
- 代表：美国 AN/FPS-85 相控阵雷达

1980-1990年代：

- 数字信号处理（DSP）和 FPGA 引入雷达，信号处理能力大幅提升
- 脉冲多普勒雷达（PD雷达）成熟，能在强杂波中检测运动目标

2000年代至今：

- 有源电子扫描阵列（AESA）——每个天线单元都有独立的发射/接收模块
- 认知雷达——能根据环境自适应调整工作参数
- 太赫兹雷达、量子雷达 等前沿方向

### 1.2.6 中国雷达发展简史

年份	里程碑
1952	南京14所成立（中国雷达工业的摇篮）
1953	研制出中国第一部雷达
1964	7010雷达——中国第一部大型相控阵预警雷达（探测距离3000km）
1977-1987	4部相控阵雷达部署
1995至今	一系列新型雷达装备部队

发展史给我们的启示：雷达技术始终在“看得更远、看得更清、看得更快”这三个方向上不断进步。这个趋势到今天也没有改变。

## 1.3 雷达基本原理

现在进入核心部分。雷达是怎么工作的？我们一步步拆解。

### 1.3.1 测距 (Ranging) —— 雷达最基础的能力

生活类比：

你在山谷里大喊一声”啊——“，过一会儿听到回声。如果你知道声音的速度（约340米/秒），又测出了喊出去到听到回声的时间差，就能算出身后的山有多远。

比如：2秒后听到回声，声音来回走了  $340\text{m/s} \times 2\text{s} = 680\text{米}$ ，所以山离你 340米。

雷达测距的原理完全一样：

$$R = \frac{c \cdot T}{2}$$

其中：

符号	含义	单位	说明
$R$	目标距离	米 (m)	雷达天线到目标的距离
$c$	光速	米/秒 (m/s)	电磁波传播速度，约 $3 \times 10^8$ m/s
$T$	往返时间	秒 (s)	从发射到接收到回波的时间差
除以2	往返折半	—	电磁波走了”去+回”两倍距离

**思考题：**如果一个雷达在发射脉冲后 100 微秒 ( $100 \times 10^{-6}$  秒) 收到了回波，目标距离是多少？

解：

$$R = \frac{3 \times 10^8 \times 100 \times 10^{-6}}{2} = \frac{3 \times 10^4}{2} = 15000\text{米} = 15\text{公里}$$

一个重要概念：最大不模糊距离

雷达发射的是脉冲串（不是连续波）。如果目标太远，回波在下一个脉冲发射之后才回来，雷达就分不清这个回波属于哪个脉冲了——这就产生了距离模糊。

最大不模糊距离由脉冲重复周期 (PRI) 决定：

$$R_{\max} = \frac{c \cdot \text{PRI}}{2} = \frac{c}{2 \cdot \text{PRF}}$$

其中 PRF (Pulse Repetition Frequency) 是脉冲重复频率, 即每秒钟发射多少个脉冲。

举例: 如果 PRF = 1000 Hz (每秒1000个脉冲), 则 PRI = 1ms

$$R_{\max} = \frac{3 \times 10^8 \times 0.001}{2} = 150 \text{公里}$$

也就是说, 150公里以外的目标会产生距离模糊。

这就像一个接力赛——你必须在下一棒出发前确认上一棒的成绩, 否则就乱套了。

### 1.3.2 测速 (Doppler效应) —— 运动目标的信息提取

生活类比:

你站在路边, 一辆救护车鸣笛驶过。当它朝你开来时, 笛声听起来”尖”(音调高); 当它远离你时, 笛声听起来”沉”(音调低)。这就是多普勒效应。

原理:

当波源和观察者之间有相对运动时, 观察者接收到的频率会发生变化:

- 相互靠近 → 频率升高 (波长变短)
- 相互远离 → 频率降低 (波长变长)

雷达利用这个效应测速:

$$f_d = \frac{2v}{\lambda} \cos \theta$$

其中:

符号	含义	说明
$f_d$	多普勒频移	接收信号频率与发射信号频率之差 (Hz)
$v$	目标速度	目标相对于雷达的径向速度 (m/s)
$\lambda$	波长	雷达发射电磁波的波长 (m)
$\theta$	夹角	目标运动方向与雷达视线方向之间的夹角

当目标正对着雷达运动 ( $\theta = 0^\circ$ ) 时:

$$f_d = \frac{2v}{\lambda}$$

举例: X波段雷达频率10 GHz (波长3厘米), 探测到一辆以72 km/h (20 m/s) 速度驶来的汽车:

$$f_d = \frac{2 \times 20}{0.03} \approx 1333 \text{ Hz}$$

雷达接收到的信号频率比发射频率高了1333 Hz。通过测量这个小小的频率差，雷达就能算出车速。

重要区别：

- 测距靠的是 脉冲飞行时间（时间域）
- 测速靠的是 多普勒频移（频率域）
- 这两个信息是”正交”的，可以同时获取

### 1.3.3 测角 —— 目标在哪里？

知道了距离和速度，还不够。我们还得知道目标在哪个方向上。

雷达测角的基本原理：天线方向图

雷达天线不是全方向均匀发射能量的。它像手电筒一样，有一个主波束指向某个方向。在这个方向上，发射能量最强，接收灵敏度最高。

- 当目标在主波束中心线上时，回波最强
- 当目标偏离主波束时，回波减弱

通过旋转天线（机械扫描）或用电子方式控制波束方向（相控阵扫描），雷达可以找到回波最强的角度，从而确定目标的方位角和俯仰角。

几种测角方法：

1. 顺序波瓣法：天线在不同位置发射/接收，比较回波强度变化
2. 圆锥扫描法：波束绕轴线做圆锥运动，根据回波调制判断目标偏离
3. 单脉冲法：一次发射，用多个接收通道同时比较——这是最精确的方法

测角精度取决于天线波束宽度：

- 波束越窄，测角越精确
- 天线尺寸越大（相对于波长），波束越窄
- 公式近似：

$$\theta_{3dB} \approx \frac{\lambda}{D}$$

（D为天线口径尺寸）

### 1.3.4 RCS（雷达散射截面）—— 目标”显眼”程度

**生活类比：**

同样是扔一颗石子到水里，一艘航母引起的水波远比一只鸭子引起的大。雷达回波也一样——不同目标”反射”电磁波的能力不同。

RCS (Radar Cross Section) 是衡量目标反射电磁波能力的物理量，单位是平方米 (m<sup>2</sup>)，用符号  $\sigma$  表示。

**影响RCS的因素：**

因素	影响
目标尺寸	越大越容易被探测到
目标形状	平面/直角反射强，曲面/隐身设计反射弱
材料	金属反射强，吸波材料反射弱
视角	从不同角度看，RCS可以相差上千倍
频率	同一目标对不同频率的雷达，RCS不同

**典型RCS值：**

目标	近似RCS	备注
大型客机 (Boeing 747)	100 m <sup>2</sup>	很容易被发现
战斗机 (F-16)	3-5 m <sup>2</sup>	中等
隐身战机 (F-22)	约0.01 m <sup>2</sup>	相当于一只鸟
隐身战机 (F-35)	约0.001 m <sup>2</sup>	非常难探测
鸟	0.01 m <sup>2</sup>	
昆虫	0.00001 m <sup>2</sup>	

隐身技术本质上就是减小RCS，通过外形设计和吸波材料，让雷达回波大幅减弱，从而压缩雷达的探测距离。

### 1.3.5 雷达方程 —— 一切设计的起点

雷达工程师用一个公式来估算雷达能探测多远：

$$P_r = \frac{P_t G_t A_e \sigma}{(4\pi)^2 R^4}$$

或者更常用的形式：

$$R_{\max} = \left[ \frac{P_t G_t A_e \sigma}{(4\pi)^2 P_{r, \min}} \right]^{1/4}$$

其中：

符号	含义
$P_t$	发射功率
$G_t$	天线增益
$A_e$	天线有效孔径面积
$\sigma$	目标RCS
$R$	目标距离
$P_{r, \min}$	接收机最小可检测信号功率

注意：距离在四次方根下——这意味着要使探测距离翻倍，需要发射功率提高到 16 倍！这就是为什么雷达需要巨大的发射功率（有些雷达峰值功率达到兆瓦级）。

## 1.4 雷达系统组成

一台完整的雷达，就像一个人体系统。我们来看看它由哪些”器官”组成：



### 1.4.1 发射机 (Transmitter) —— 雷达的”嗓子”

功能：产生大功率的射频脉冲信号，送到天线发射出去。

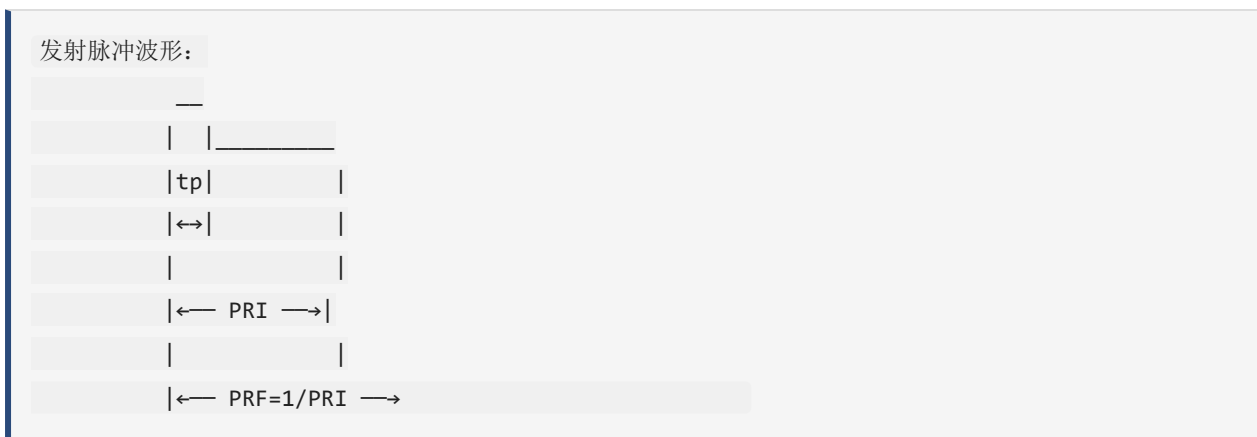
关键要求：

- 高功率：探测距离需要，峰值功率从几百瓦到几兆瓦
- 高稳定性：频率要精确稳定
- 合适的脉冲宽度：决定了距离分辨力
- 合适的PRF：决定了最大不模糊距离和多普勒测量能力

两种主要类型：

类型	原理	特点	典型功率
振荡式	直接用振荡器（磁控管）产生大功率脉冲	结构简单、便宜，但频率稳定度差	可达MW级
放大式	先生成小信号，再用放大器（速调管、行波管）放大	频率稳定度高，可相干处理	可达MW级

脉冲参数：



- 脉冲宽度 ( $t_p$ )：脉冲持续的时间，典型值  $0.1 \sim 100$  微秒
- 脉冲重复周期 (PRI)：两个脉冲之间的时间间隔
- 占空比 (Duty Cycle)：  $D = \frac{t_p}{PRI}$ ，典型值  $0.1\% \sim 50\%$

### 1.4.2 收发开关 (Duplexer/T/R Switch)

功能：让发射机和接收机共用同一副天线。

为什么需要它？

- 发射时：将天线连接到发射机，保护接收机不被大功率烧毁
- 接收时：将天线连接到接收机，不让发射信号漏入接收通道

生活类比：就像旋转门——一个人进来的时候不能同时出去。发射和接收是分时进行的（脉冲雷达）。

### 1.4.3 天线 (Antenna) —— 雷达的”眼睛”

功能：将发射机的射频能量集中到特定方向（发射），并收集回波能量（接收）。

天线的主要参数：

1. 天线方向图 (Pattern)：描述天线在不同方向上的辐射/接收能力
  - 主瓣 (Mainlobe)：能量最集中的方向
  - 副瓣 (Sidelobe)：不需要的方向上的辐射，越少越好
  - 零点 (Null)：几乎不辐射的方向
2. 增益 (Gain, G)：天线将能量集中的能力
  - 单位：dBi (相对于理想点源)
  - 增益越高，波束越窄，看得越远
3. 波束宽度 (Beamwidth)：主瓣的半功率宽度
  - 越窄，测角精度越高，角分辨率越好

常见天线类型：

天线类型	特点	应用场景
抛物面天线	像一个”锅”，把电磁波聚焦	跟踪雷达、卫星通信
裂缝波导天线	在波导上开一系列缝隙	机场监视雷达
微带天线	薄片结构，成本低	汽车雷达、消费电子
相控阵天线	由大量小天线单元组成，电子扫描	宙斯盾雷达、F-35雷达

### 1.4.4 接收机 (Receiver) —— 雷达的”耳朵”

功能：将天线收到的微弱回波信号放大、变频、滤波，变成信号处理机能处理的信号。

超外差接收机——这是最经典的接收机结构，由埃德温·阿姆斯特朗在1918年发明。

基本原理：

1. 天线接收到的射频信号（高频）经过 低噪声放大器 (LNA) 放大

2. 与本振 (LO) 信号混频, 下变频到中频 (IF)
3. 中频信号放大、滤波后, 再送入ADC数字化

为什么用超外差结构?

- 在高频做放大太难 (不稳定、容易自激)
- 在中频做放大更容易, 增益高、选择性好
- 通过选择不同的本振频率, 可以接收不同频率的信号

### 1.4.5 信号处理机 (Signal Processor) —— 雷达的” 大脑”

信号处理机是雷达系统的核心, 负责从回波中提取目标信息。它通常由 FPGA、DSP 或 GPU 实现。

主要处理任务:

1. 脉冲压缩: 发射宽脉冲 (能量大)、接收后用匹配滤波压缩成窄脉冲 (分辨力高) —— 解决” 既要能量大又要分辨力高” 的矛盾
2. MTI/MTD (动目标显示/检测): 利用多普勒效应, 滤除静止杂波, 只保留运动目标
3. CFAR (恒虚警率检测): 在变化的噪声/杂波背景下, 自动调整检测门限, 保持恒定的虚警概率
4. 目标检测: 将信号与门限比较, 判断是否有目标
5. 参数估计: 计算目标的距离、速度、角度

### 1.4.6 显示器/控制台 (Display & Control)

将处理后的目标信息以图形化方式显示给操作员。

经典显示模式:

模式	全称	显示方式	像什么?
A型	Range-Intensity	横轴距离, 纵轴回波强度	像心电图
PPI型	Plan Position Indicator	雷达在中心, 目标显示在地图上	像360度全景地图
B型	Range-Azimuth	横轴方位, 纵轴距离	像矩形的距离-方位图

## 1.5 雷达分类

### 1.5.1 按工作波段分类

雷达常用的频段（IEEE标准）：

波段	频率范围	波长	主要用途
HF	3-30 MHz	10-100 m	超视距雷达（OTH）
VHF	30-300 MHz	1-10 m	早期预警雷达
UHF	300-1000 MHz	0.3-1 m	远程监视
L	1-2 GHz	15-30 cm	远程监视、空中交通管制
S	2-4 GHz	7.5-15 cm	中程监视、气象雷达
C	4-8 GHz	3.75-7.5 cm	气象雷达、卫星通信
X	8-12 GHz	2.5-3.75 cm	火控雷达、海事雷达、警用测速
Ku	12-18 GHz	1.67-2.5 cm	卫星通信
K	18-27 GHz	1.11-1.67 cm	汽车雷达
Ka	27-40 GHz	0.75-1.11 cm	毫米波雷达、成像雷达
毫米波	40-300 GHz	1-7.5 mm	高分辨成像、车载雷达

规律：频率越高（波长越短），在相同天线尺寸下波束越窄、分辨力越高，但大气衰减越大，探测距离越短。

### 1.5.2 按用途分类

类别	用途	代表
预警雷达	大范围搜索，发现远距离目标	Chain Home、AN/FPS-115
火控雷达	精确跟踪目标，引导武器	AN/APG-81（F-35雷达）
监视雷达	监视空域/海面交通	机场空管雷达
气象雷达	探测降雨、风场	WSR-88D（美国气象雷达网）
成像雷达	获取目标的高分辨图像	SAR（合成孔径雷达）

类别	用途	代表
探地雷达	探测地下结构	GPR（考古、工程检测）
穿墙雷达	探测墙后的人和物体	反恐、救援

### 1.5.3 按发射波形分类

- 连续波雷达（CW）：连续发射，依靠多普勒效应测速，不能测距（或测距很困难）
- 脉冲雷达（Pulsed）：发射脉冲串，通过测量回波延迟测距——这是最常见的类型
- 调频连续波雷达（FMCW）：频率连续变化，同时测距测速——汽车雷达多用此方式

### 1.5.4 按天线扫描方式分类

- 机械扫描雷达：天线机械旋转/摆动，结构简单，但扫描速度受限
- 相控阵雷达：电子控制波束指向，几乎无惯性，可同时跟踪多个目标
- 数字波束形成雷达（DBF）：在数字域形成多个波束，灵活性最强

举个具体的例子：AN/SPS-49 是美国海军的一种L波段远程对空搜索雷达，探测距离约460公里，天线机械旋转，每分钟旋转6圈——这是典型的”机械扫描+搜索雷达”。

## 本章总结

### 核心要点

1. 雷达的本质：发电磁波 → 收回波 → 提取信息。和蝙蝠回声定位是一个道理。
2. 雷达的三大基本测量能力：
  - 测距： $R = cT/2$ （利用电磁波往返时间）
  - 测速： $f_d = 2v/\lambda$ （利用多普勒效应）
  - 测角：（利用天线方向图）
3. 影响雷达探测能力的关键因素：
  - 发射功率（越大越好）
  - 天线尺寸（越大越好）

- 目标RCS（越大越容易被发现）
  - 噪声和干扰（越少越好）
4. 雷达系统的八大组成部分：发射机、接收机、天线、收发开关、信号处理机、数据处理机、显示器、电源/伺服。
  5. 频率选择是雷达设计中最重要决策之一——它决定了波束宽度、探测距离、分辨力、大气衰减等几乎所有性能指标。

### 重要公式速查

公式	意义
$R = cT/2$	测距公式
$f_d = 2v/\lambda$	多普勒频移（径向）
$R_{\max} = c/(2 \cdot \text{PRF})$	最大不模糊距离
$P_r = P_t G_t A_e \sigma / [(4\pi)^2 R^4]$	雷达方程
$D = t_p / \text{PRI}$	占空比

## 本章计算练习题

### 题1：雷达测距

一部雷达发射电磁波后，在  $t = 200 \mu\text{s}$  后收到回波。已知电磁波速度  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ，求目标距离  $R$ 。

► 点击查看解答

### 题2：最大不模糊距离

一部雷达的脉冲重复频率  $\text{PRF} = 800 \text{ Hz}$ ，求该雷达的最大不模糊距离  $R_{\max}$ 。如果目标距离为  $250 \text{ km}$ ，回波会出现在什么位置？

► 点击查看解答

### 题3：占空比与平均功率

一部雷达发射脉宽  $t_p = 1 \mu\text{s}$ , PRI = 1 ms, 峰值功率  $P_t = 1 \text{ MW}$ 。计算: (1) 占空比  $D$ ; (2) 平均发射功率  $P_{\text{avg}}$ 。

► [点击查看解答](#)

#### 题4: 多普勒频移

一架飞机以  $v = 250 \text{ m/s}$  的径向速度朝向雷达飞行, 雷达工作频率  $f_c = 3 \text{ GHz}$ 。求多普勒频移  $f_d$ 。

► [点击查看解答](#)

---

下一章预告: 我们知道了雷达的基本原理和系统组成, 但雷达信号是如何被处理和分析的? 这需要用到离散信号处理、傅里叶变换、数字滤波器等理论工具。下一章我们将进入信号处理的世界。

---

## 第2章 信号处理相关理论

本章导读：雷达发射的是电磁波，接收的是电磁波——它们本质上是连续变化的信号（随时间变化的电压）。但是，现代雷达用计算机来处理信号，而计算机只能处理“数字”（0和1），不能直接处理“连续变化”的东西。这就引出了一系列问题：如何把连续信号变成计算机能处理的数字？变了之后信息会丢失吗？计算机怎么快速分析信号的频率成分？怎么设计一个“频率过滤器”来提取我们想要的信号、滤掉不要的？

本章将回答这些问题，尽管看起来数学公式很多，但我们会用生活例子帮你理解每一个概念背后的直觉。

### 2.1 离散信号与系统

#### 2.1.1 连续信号 vs. 离散信号

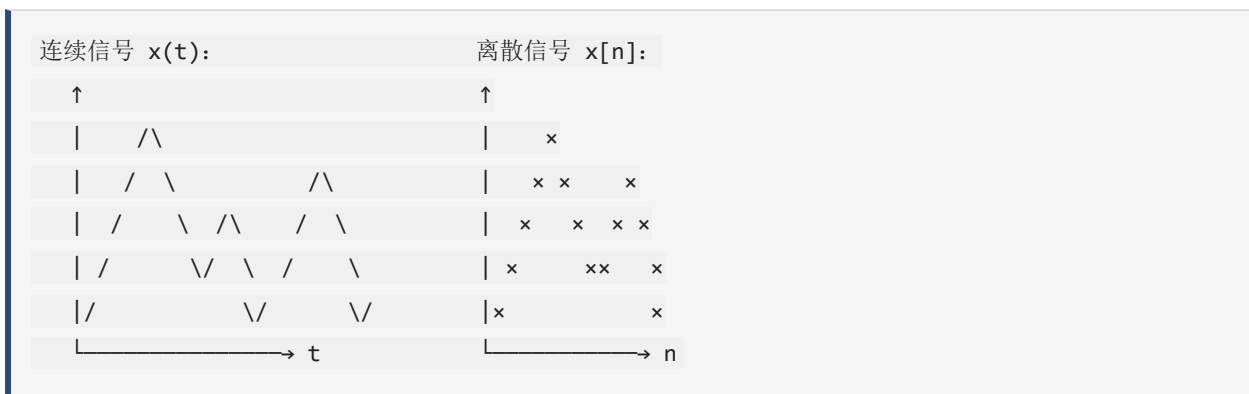
生活类比：

想象你在记录一整天的气温变化：

- 连续信号：就像用一支无限细的笔在一张无限长的纸上连续画温度曲线——每个时刻的温度都记录下来。但这是不可能的，你不可能记录所有时刻的温度。
- 离散信号：你每隔一小时看一次温度计，记下：8:00是20° C、9:00是21° C、10:00是22° C……这就是对连续温度的“离散采样”——你只记录了某些时刻的值。

正式定义：

- 连续时间信号：自变量（时间）是连续的，记为  $x(t)$ 。在任何时间  $t$  上都有定义。
- 离散时间信号：自变量只在某些离散的时刻有定义，记为  $x[n]$ 。这里的  $n$  是整数，代表“第几个采样点”。



在雷达中：

- 连续信号：天线接收到的回波信号是连续的电压变化——模拟信号
- 离散信号：ADC（模数转换器）把连续的模拟回波每隔一个固定时间间隔采一个样，变成一串数字——这就是离散信号

### 2.1.2 连续到离散：采样过程

把连续信号变成离散信号的过程叫做采样（Sampling）。

数学上，采样可以看作：

$$x_p(t) = x(t) \cdot \delta_T(t)$$

其中  $\delta_T(t)$  是周期冲激串（一串间隔均匀的“脉冲”），间隔为  $T_s$ （采样周期）。

采样后的信号就变成了一串数字：

$$x[n] = x(nT_s), \quad n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$$

关键参数：

参数	符号	定义	关系
采样周期	$T_s$	两个采样点之间的时间间隔	—
采样频率	$f_s$	每秒钟采多少个样	$f_s = 1/T_s$

提示：采样周期和采样频率是倒数关系——间隔越短，每秒采得越多。

### 2.1.3 线性时不变系统（LTI系统）

生活类比：

一个“系统”就像一个黑盒子，你往里面输入东西，它就输出东西。

- **线性**：如果你输入的声音大一倍，输出的声音也大一倍（成正比）；如果你同时输入两个声音，输出是这两个声音各自输出的叠加（不串扰）。
- **时不变**：今天你喊”喂”它会回答”你好”，明天你喊同样”喂”它也会同样回答”你好”——系统的行为不随时间变化。

正式定义：

一个系统满足以下两个性质就称为**线性时不变**（LTI, Linear Time-Invariant）系统：

1. **线性**（叠加性 + 齐次性）：

$$\text{若 } x_1[n] \rightarrow y_1[n], x_2[n] \rightarrow y_2[n]$$

$$\text{则 } a \cdot x_1[n] + b \cdot x_2[n] \rightarrow a \cdot y_1[n] + b \cdot y_2[n]$$

2. **时不变性**：

$$\text{若 } x[n] \rightarrow y[n]$$

$$\text{则 } x[n - k] \rightarrow y[n - k] \quad (\text{对任意 } k)$$

为什么LTI系统这么重要？

因为 LTI 系统可以用**卷积**（Convolution）来描述：

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n - k]$$

其中  $h[n]$  是系统的**单位冲激响应**——当输入是一个”瞬间脉冲”（只在  $n = 0$  处为1，其余为0）时系统的输出。知道了  $h[n]$ ，就完全知道了这个系统对任何输入的反应。

在雷达中的意义：

- 雷达中的大部分处理模块（滤波器、脉冲压缩器）都是 LTI 系统
- 匹配滤波器（最大化信噪比的滤波器）就是一个典型的 LTI 系统
- 卷积是雷达信号处理中最常用的数学运算之一

## 2.1.4 差分方程描述

离散 LTI 系统通常用**线性常系数差分方程**描述：

$$\sum_{i=0}^N a_i y[n - i] = \sum_{j=0}^M b_j x[n - j]$$

最常用的形式（

$$a_0 = 1$$

）：

$$y[n] = \sum_{j=0}^M b_j x[n-j] - \sum_{i=1}^N a_i y[n-i]$$

两种重要类型：

类型	条件	特点
FIR滤波器	所有 $a_i = 0$ ( $i \geq 1$ )	输出只取决于输入，稳定，线性相位
IIR滤波器	存在 $a_i \neq 0$	输出也取决于过去的输出，可能有反馈

## 2.2 采样定理

### 2.2.1 生活类比——拍电影

电影每秒拍24帧（24张照片），每张照片就是对连续画面的一次“采样”。

如果你拍一个车轮在转动：

- 如果车轮转速慢（每秒钟转几圈），24帧就能捕捉到转动
- 如果车轮转速非常快，会发生什么？在电影里，车轮看起来好像在倒转！

这就是混叠（Aliasing）——采样频率不够高，导致高频信息被“伪装”成了低频信息。

核心问题：采样频率  $f_s$  需要多高，才能从采样后的信号完美恢复出原来的连续信号？

### 2.2.2 Nyquist采样定理（低通采样）

Nyquist采样定理（也叫香农采样定理）回答了这个问题：

对于一个最高频率为  $f_H$  的带限信号，如果采样频率  $f_s$  满足：

$$f_s > 2f_H$$

则可以从采样后的离散信号完美恢复出原始连续信号。

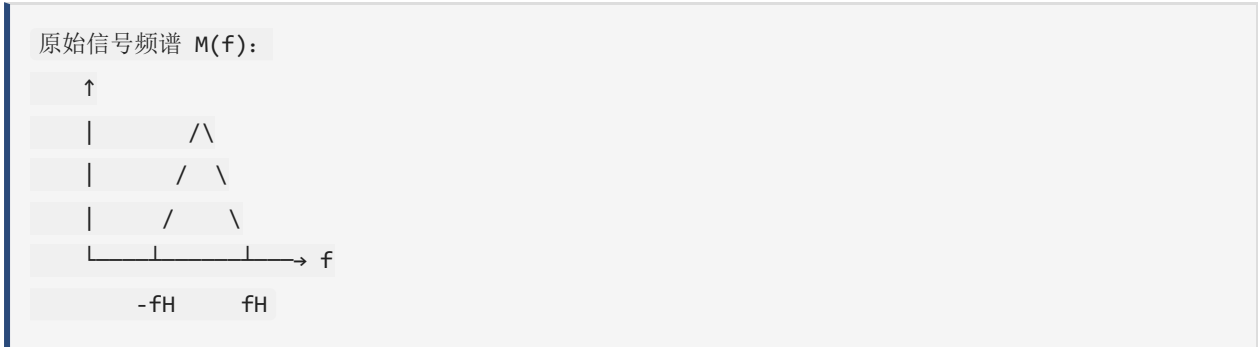
其中，

$$2f_H$$

称为Nyquist频率 (Nyquist rate)。

为什么是这个条件？我们直观解释一下：

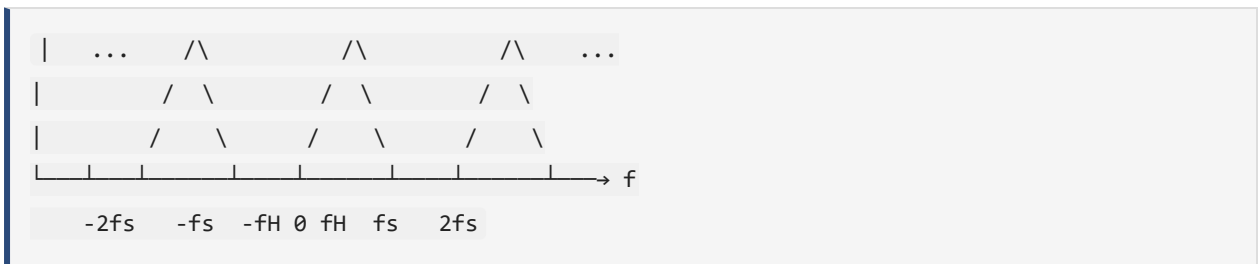
信号在频域的频谱分布是这样的：



采样后的信号频谱是原始频谱以

$$f_s$$

为周期的重复：



- 如果

$$f_s > 2f_H$$

：各周期副本之间有间隙，可以用一个低通滤波器把中间的原始频谱”切”出来

- 如果

$$f_s \leq 2f_H$$

：各周期副本重叠在一起，就发生了混叠，再也无法恢复原始信号

**混叠就像：**两个不同的信号在采样后变成了同一个样子，你分不清谁是谁了。

### 2.2.3 雷达中的采样——一个实际例子

假设雷达接收到的回波带宽是 10 MHz（这决定了距离分辨力）。根据 Nyquist 定理，ADC 的采样频率至少需要：

$$f_s > 2 \times 10 \text{ MHz} = 20 \text{ MHz}$$

即每秒至少采2000万个点。

常见误区：“雷达工作频率是10 GHz，那采样率是不是要20 GHz？”

答案：不需要！雷达接收机先把高频信号下变频到中频或基带（降低频率），只保留带宽（10 MHz）内的信息，然后ADC只需要采带宽的两倍，而不是载波频率的两倍。这就是带通采样和超外差接收机的妙处。

### 2.2.4 带通采样 (Bandpass Sampling)

为什么需要带通采样？

在实际雷达中，信号往往不是从0 Hz开始的“低通信号”，而是位于某个较高频率附近的带通信号。比如：

- 雷达中频信号：中心频率 70 MHz，带宽 10 MHz
- 信号范围：65 MHz ~ 75 MHz

如果按照低通 Nyquist 采样，采样率需要  $> 150 \text{ MHz}$  ( $2 \times 75 \text{ MHz}$ )，太高了，ADC负担大。

带通采样的核心思想：

带通采样允许用低于信号最高频率两倍的采样率来采样，只要满足一定条件。条件是：对于频率范围在

$$[f_L, f_H]$$

的带通信号（带宽

$$B = f_H - f_L$$

），采样率

$$f_s$$

需满足：

$$\frac{2f_H}{m+1} \leq f_s \leq \frac{2f_L}{m}$$

其中

$$m$$

是某个整数，范围为

$$0 \leq m \leq \lfloor f_L/B \rfloor$$

。

更易懂的推导：

1. 确定带宽

$$B = f_H - f_L$$

2. 找整数

$$m = \lfloor f_L/B \rfloor$$

（向下取整）

3. 可用的采样率范围：

$$\frac{2f_H}{m+1} \leq f_s \leq \frac{2f_L}{m}$$

具体例子：

中频信号：中心 70 MHz，带宽 20 MHz

-

$$f_L = 60$$

MHz,

$$f_H = 80$$

MHz,

$$B = 20$$

MHz

-

$$m = \lfloor 60/20 \rfloor = 3$$

- 范围：

$$\frac{2 \times 80}{3+1} = 40 \leq f_s \leq \frac{2 \times 60}{3} = 40$$

- 所以

$$f_s = 40$$

MHz 是唯一选择

或者再算另一种情况：

-

$$m = 2$$

:

$$\frac{2 \times 80}{2+1} \approx 53.33 \leq f_s \leq \frac{2 \times 60}{2} = 60$$

- 所以

$$f_s = 56$$

MHz 也可以

带通采样的本质：利用频谱的周期重复特性，让高频信号的频谱”折叠”到低频区域，只要不重叠，就能恢复。这就像用慢速相机拍一个快速旋转的风扇——虽然采样”慢”，但只要扇叶的位置不重叠，你还是能看懂。

带通采样的雷达意义：

- 大幅降低对 ADC 采样率的要求
- 可以在中频直接采样，然后通过数字下变频（DDC）得到基带 I/Q 信号
- 现代雷达的典型做法：中频带通采样 + 数字下变频

## 2.2.5 I/Q采样（正交采样）

生活类比：

你用耳朵听声音：

- 你能听出声音的大小（幅度）
- 也能听出声音是从左边还是右边来的（相位信息——左右耳的时间差）

如果只记录”音量”（幅度），会丢失”方向”（相位）信息。在雷达中，丢失相位信息意味着丢失多普勒信息（无法测速）。

I/Q信号是什么？

I 代表 In-phase（同相），Q 代表 Quadrature（正交，相位差90°）。

雷达信号可以写成：

$$s(t) = A(t) \cos(2\pi f_0 t + \phi(t))$$

它同时包含了幅度

$$A(t)$$

和相位

$$\phi(t)$$

信息。

为了完整保留这两部分信息，我们将其分解为两个正交分量：

$$s(t) = I(t) \cos(2\pi f_0 t) - Q(t) \sin(2\pi f_0 t)$$

其中：

-

$$I(t) = A(t) \cos \phi(t)$$

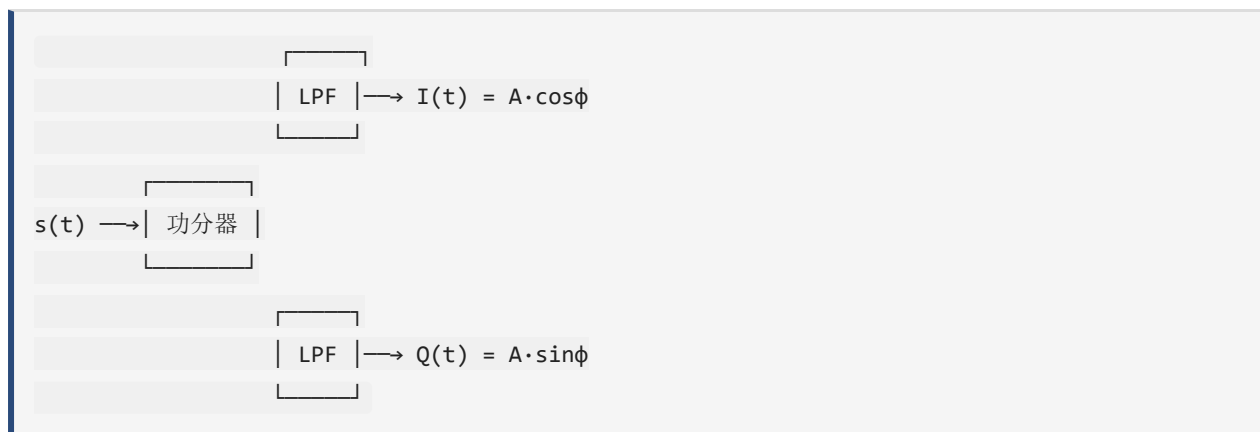
—— 同相分量

-

$$Q(t) = A(t) \sin \phi(t)$$

—— 正交分量

接收机如何得到I/Q信号：



1. 输入信号分成两路

2. I路乘以

$$\cos(2\pi f_0 t)$$

，低通滤波

3. Q路乘以

$$-\sin(2\pi f_0 t)$$

(相位偏移 $90^\circ$ )，低通滤波

I/Q采样的优势：

能力	仅幅度采样	I/Q采样
测幅度	✓	✓
测相位	✗	✓
区分正负频率	✗	✓
检测多普勒频移	✗	✓
检测目标运动方向	✗	✓
信噪比	基准	高3dB

I/Q采样在雷达中的意义：

- 保留了全部信息（幅度+相位），这是相干雷达的基础
- 能区分正负多普勒频率——从而判断目标是靠近还是远离
- 脉冲多普勒雷达和MTI雷达的核心依赖I/Q采样

## 2.3 DFT与FFT

傅里叶变换是信号处理中最重要、最美妙的工具之一。它回答了这个问题：

一个随时间变化的信号，包含哪些频率成分？

### 2.3.1 为什么要从时域看到频域？

生活类比：

- 时域：听一首歌，随着时间流逝，你听到鼓声、吉他声、人声依次出现

- 频域：看这首歌的频谱图——你发现低音（50-200Hz）主要是鼓，中音（200-2000Hz）主要是人声，高音（2000-5000Hz）主要是吉他

时域和频域是同一个信号的两种不同”视图”。



为什么这对雷达重要？

因为雷达测速依赖多普勒频移（频率的变化），而频移在时域波形上几乎看不出来，但在频域上却一目了然——一个频率的偏移。

### 2.3.2 四种傅里叶变换的演进

对于不同”特点”的信号，有不同的傅里叶变换版本：

变换	时域	频域	适合什么样的信号
FT（傅里叶变换）	连续、非周期	连续、非周期	理论分析，不能计算机实现
FS（傅里叶级数）	连续、周期	离散、非周期	周期信号的理论分析
DTFT（离散时间FT）	离散、非周期	连续、周期	理论分析离散信号
DFS（离散傅里叶级数）	离散、周期	离散、周期	周期离散信号
DFT（离散傅里叶变换）	离散、有限长	离散、有限长	计算机能算的！

关键跳跃：从FT到DFT，我们完成了从”需要无穷多连续点的数学公式”到”可以用计算机计算有限个数字”的转换。

### 2.3.3 DFT的定义

对于一个长度为  
的离散序列

$$N$$

$$x[n]$$

，其 DFT（离散傅里叶变换） 定义为：

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

其逆变换（IDFT）为：

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$

每个符号的解释：

符号	含义
$x[n]$	输入信号的第 $n$ 个采样点（时域）
$X[k]$	输出频谱的第 $k$ 个频率分量（频域）
$N$	总的采样点数（也是输出的频率点数）
$e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$	旋转因子，即复数形式的正弦波
$k$	频率分量的索引，对应频率 $f_k = k \cdot f_s/N$

DFT做的事：把输入信号和不同频率的正弦波”做相关”，看看信号中包含多少这个频率的成分。

- $X[0]$   
：信号的直流分量（0 Hz成分）
- $X[1]$   
：频率为  $f_s/N$   
的成分
- $X[k]$   
：频率为  $k \cdot f_s/N$   
的成分

### 2.3.4 简化写法：旋转因子

为了书写简洁，令旋转因子为：

$$W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$$

则 DFT 简写为:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot W_N^{kn}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

旋转因子的重要性质:

性质	公式	直观理解
周期性	$W_N^{k+N} = W_N^k$	转一圈回到起点
对称性	$W_N^{k+N/2} = -W_N^k$	半圈后方向相反
共轭性	$(W_N^k)^* = W_N^{-k}$	复数共轭
可约性	$W_{mN}^{mk} = W_N^k$	缩放不变性

这些性质是FFT加速的核心基础。

### 2.3.5 DFT的计算量问题（为什么需要FFT）

直接按定义计算DFT:

- 每一个

需要做

次复数乘法 +

次复数加法

- 总共

个

, 所以总计算量约为:

- 复数乘法次数:

- 复数加法次数:

$$X[k]$$

$$N$$

$$(N-1)$$

$$N$$

$$X[k]$$

$$N^2$$

$$N(N-1) \approx N^2$$

这是什么概念?

N	N <sup>2</sup>	什么场景
64	4,096	一次小规模计算
1024	1,048,576	一个中等长度信号

N	N <sup>2</sup>	什么场景
4096	16, 777, 216	一次典型的雷达脉冲采样
65536	4, 294, 967, 296	一个较长信号——4亿次乘法!

对于雷达这种需要实时处理的系统，

$$N^2$$

计算量太大了。我们需要一种更快的算法。

### 2.3.6 FFT——Cooley-Tukey算法

FFT（快速傅里叶变换）不是一种新的变换，而是DFT的快速实现算法。

核心思想：分而治之（Divide and Conquer）

把一个大DFT分解成两个小DFT，再把两个小DFT分解成四个更小的DFT……直到分解成最简单的2点DFT。

具体来说——基2时间抽取（DIT）：

假设

$$N = 2^m$$

（2的整数次幂），将序列分成奇偶两部分：

- 偶数点：

$$x_e[n] = x[2n]$$

- 奇数点：

$$x_o[n] = x[2n + 1]$$

则：

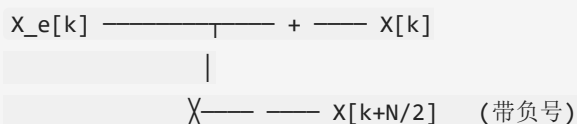
$$\begin{aligned} X[k] &= \sum_{n=0}^{N/2-1} x_e[n] \cdot W_{N/2}^{kn} + W_N^k \sum_{n=0}^{N/2-1} x_o[n] \cdot W_{N/2}^{kn} \\ &= X_e[k] + W_N^k \cdot X_o[k], \quad k = 0, 1, \dots, N/2 - 1 \end{aligned}$$

后半部分利用对称性：

$$X[k + N/2] = X_e[k] - W_N^k \cdot X_o[k], \quad k = 0, 1, \dots, N/2 - 1$$

### 2.3.7 蝶形运算（Butterfly Operation）

上面的分解对应一个基本的计算单元——蝶形运算：



$$X_o[k] \text{ --- } W_N^k$$

这个图形像一只蝴蝶（蝴蝶结），所以叫”蝶形运算”。

整个过程：把

$N$  点DFT不断二分，直到变成

$$N$$

$$N/2$$

个2点DFT，总共

$$\log_2 N$$

层。

N点DFT

├─ N/2点DFT（偶数索引）

├─ N/4点DFT

├─ ...

├─ 2点DFT

├─ N/4点DFT

├─ ...

├─ 2点DFT

├─ N/2点DFT（奇数索引）

├─ N/4点DFT

├─ ...

├─ 2点DFT

├─ N/4点DFT

├─ ...

├─ 2点DFT

计算量对比：

$$\text{DFT: } N^2 \quad \text{vs} \quad \text{FFT: } \frac{N}{2} \log_2 N$$

N	DFT乘法次数	FFT乘法次数	加速比
64	4,096	192	21倍
1024	1,048,576	5,120	205倍
4096	16,777,216	24,576	682倍
65536	4,294,967,296	524,288	8192倍

FFT的工程意义：没有FFT，就没有现代数字信号处理。雷达实时处理上百万个采样点，如果不用FFT，用DFT的计算时间会多到无法接受。

### 2.3.8 频率分辨率

这是雷达信号处理中最实际的问题之一。

频率分辨率定义：DFT输出中相邻两个频率点之间的频率间隔。

$$\Delta f = \frac{f_s}{N}$$

其中

是采样率，

是FFT点数。

$$f_s$$

$$N$$

直观理解：

-

(采样率) 决定了你”看”的频率范围：从 0 Hz 到  $f_s/2$

$$f_s$$

$$f_s/2$$

-

(FFT点数) 决定了你的频率”放大镜”有多细：把整个频率范围分成  $N$  份

$$N$$

$$N$$

例子：

- 采样率

MHz, FFT点数

$$f_s = 2$$

$$N = 1024$$

- 频率分辨率

Hz

$$\Delta f = 2 \text{ MHz}/1024 \approx 1953$$

- 这意味着两个频率相差不到1953 Hz的信号在频谱上看起来是一个峰——分不开！

在雷达中的意义：

假设我们想分辨两个运动速度相差 1 m/s 的目标，雷达频率 10 GHz，则多普勒频率差为：

$$\Delta f_d = \frac{2 \cdot \Delta v}{\lambda} = \frac{2 \times 1}{0.03} \approx 66.7 \text{ Hz}$$

这就需要频率分辨率至少要好于 66.7 Hz：

$$\Delta f = \frac{f_s}{N} < 66.7 \text{ Hz}$$

如果脉冲重复频率 (PRF, 也就是采样率

$$f_s$$

) 为 10 kHz, 那么需要的FFT点数:

$$N > \frac{10000}{66.7} \approx 150$$

所以至少需要做256点或512点FFT。

一个重要权衡:

- 提高频率分辨率 → 需要更大的  $N$  → 需要更长的观测时间

$$T = N \cdot T_s = N/f_s$$

- 在雷达中, 观测时间受波束扫过目标的时间限制
- 所以分辨率受限于相干处理间隔 (CPI)

### 2.3.9 窗函数 (Windowing)

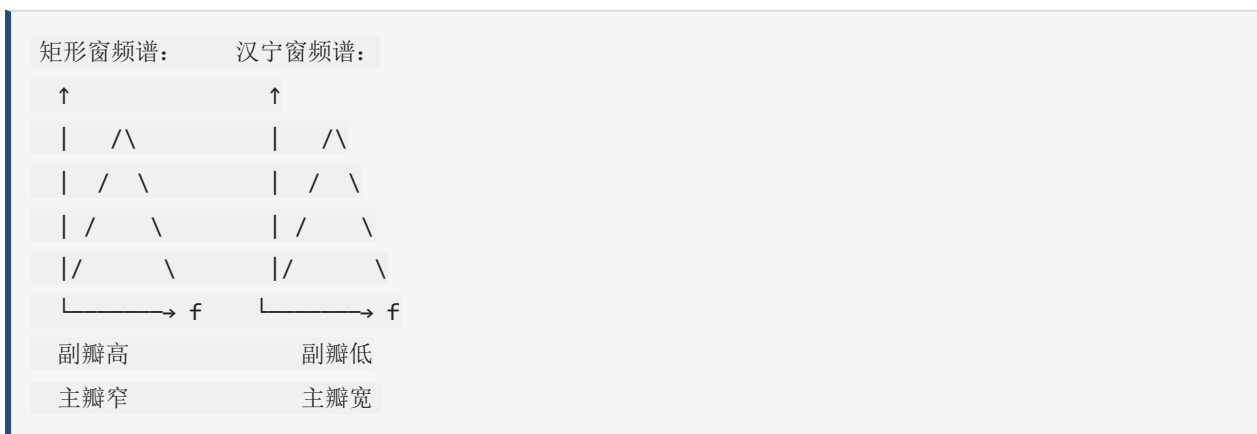
问题: 实际信号是有限长的, DFT假定了这种有限长信号是周期性延拓的。但如果信号在截断边界处不连续, 就会在频谱中引入”泄漏”——本应集中在一个频率的能量扩散到了旁边。

解决办法: 在FFT之前, 给信号乘上一个窗函数, 让信号在边界处平滑地衰减到0。

常见窗函数:

窗函数	主瓣宽度	副瓣高度	特点
矩形窗	最窄	-13 dB	没有额外处理就是矩形窗, 泄漏严重
汉宁窗	较宽	-32 dB	常用, 兼顾分辨率和泄漏抑制
海明窗	较宽	-43 dB	和汉宁类似
布莱克曼窗	最宽	-58 dB	泄漏最小, 但分辨率最差

窗函数对频谱的影响:



权衡：

- 矩形窗：频率分辨率最高，但泄漏严重
- 加窗：减小泄漏，但分辨率下降
- 选择什么窗，取决于你的应用更看重分辨率还是更看重泄漏抑制

雷达中的窗函数：

- MTI/MTD处理中常用海明窗或切比雪夫窗来压低多普勒副瓣
- 脉冲压缩中常用泰勒窗或Kaiser窗来设计匹配滤波器的加权

## 2.4 数字滤波器

### 2.4.1 什么是数字滤波器？

生活类比：

想象你在泡咖啡：

- 滤波器 = 滤纸——让咖啡液（想要的信号）通过，把咖啡渣（不想要的干扰）挡住
- 通带 = 滤纸的孔——让某些频率的信号顺利通过
- 阻带 = 滤纸的实体部分——阻止其他频率的信号通过

数字滤波器就是一个”频率选择性”的计算过程——从数字信号中提取某些频率成分，抑制其他频率成分。

### 2.4.2 FIR滤波器（有限冲激响应滤波器）

定义：FIR滤波器的输出只取决于当前和过去的输入，不取决于过去的输出。

差分方程：

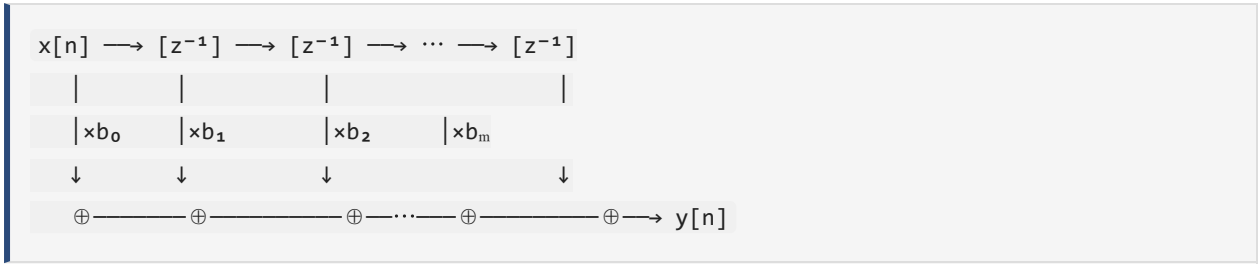
$$y[n] = \sum_{k=0}^M b_k \cdot x[n-k]$$

其中

$b_k$  是滤波器系数（也称为抽头系数），

$M+1$  是滤波器的阶数。

结构图：



其中

$z^{-1}$  表示单位延迟（把信号延迟一个采样周期）。

FIR滤波器的优势：

特性	说明
稳定	没有反馈，永远不会发散
线性相位	不同频率分量的延迟相同，信号波形不失真——这对雷达非常重要
易于实现	就是乘加运算

设计方法：窗函数法

1. 确定理想的频率响应

$$H_d(e^{j\omega})$$

2. 计算理想冲激响应

$$h_d[n]$$

（通常是

$$\sin(x)/x$$

形式）

3. 用窗函数截断到有限长度：

$$h[n] = h_d[n] \cdot w[n]$$

举例——设计一个低通FIR滤波器：

理想低通滤波器的频率响应：

$$H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} e^{-j\omega\tau}, & |\omega| \leq \omega_c \\ 0, & \omega_c < |\omega| \leq \pi \end{cases}$$

对应冲激响应（无限长）：

$$h_d[n] = \frac{\sin[\omega_c(n - \tau)]}{\pi(n - \tau)}$$

乘以窗函数截断到有限长度，就得到了一个可实现的FIR滤波器。

### 2.4.3 数字下变频（DDC）

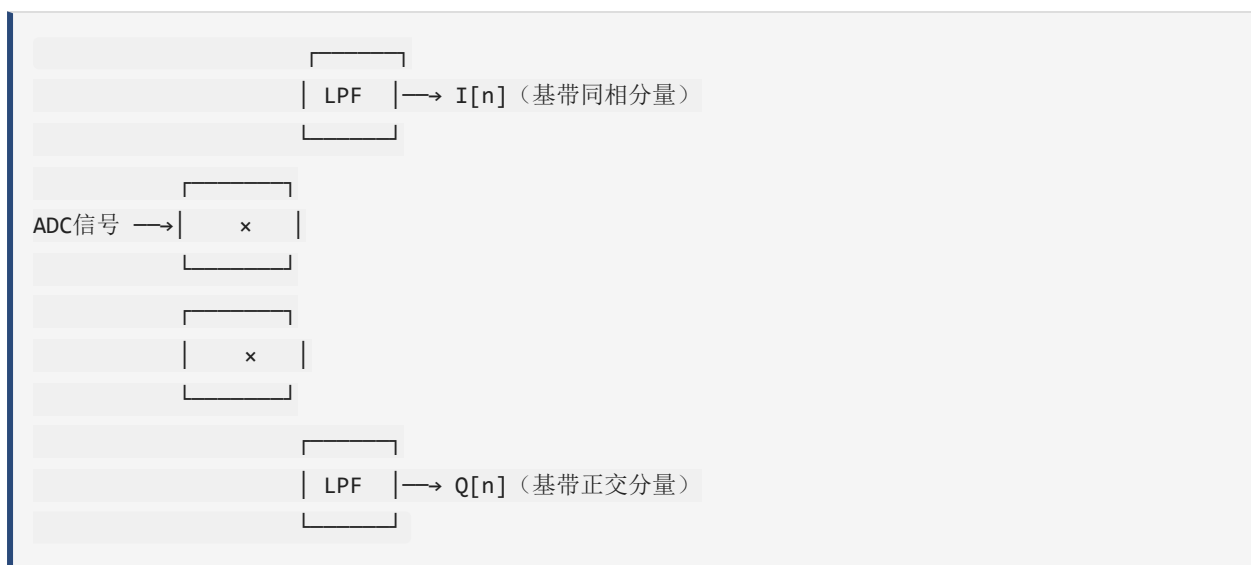
生活类比：

你从北京搬家到上海。北京的房子几百万元，上海的房子也要几百万元。你不能直接把”北京的价格”当作”上海的价格”比较。

同样，雷达回波信号的频率很高（几百MHz到几十GHz），不能直接处理。需要下变频——把信号从高频”搬”到低频。

DDC (Digital Down Converter, 数字下变频) 是数字域中的下变频操作，是软件无线电和现代雷达接收机的核心模块。

DDC的结构：



工作流程：

1. ADC将中频（IF）信号数字化
2. 数字信号与本振（NCO产生的数字正弦波）相乘
3. 低通滤波后得到基带I/Q信号
4. 后续可以在基带进行信号处理（更低的采样率意味着更低的计算量）

为什么要做DDC？

- ADC采样后的信号频率仍然较高（比如几十MHz中频）
- 直接处理高频数字信号需要很高的时钟频率和大量的计算资源
- DDC把信号降到基带后，可以用较低的采样率处理（降采样），计算量大幅降低
- 同时得到正交的I/Q信号，保留了相位信息

#### 2.4.4 CIC滤波器 (Cascaded Integrator-Comb)

CIC滤波器是一种特殊的、非常高效的抽取滤波器，广泛应用于DDC中的降采样。

为什么需要CIC？

在DDC中，经过混频和低通滤波后，信号的带宽变窄了。根据采样定理，我们可以用更低的采样率来采样而不丢失信息（因为高频部分已被滤除）。这个过程叫做降采样/抽取（Decimation）。

降采样前需要先抗混叠滤波——滤除高频成分，否则降采样后会发生混叠。

普通的FIR滤波器在降采样率很大（比如从80 MHz降到2.5 MHz，降32倍）时，需要的阶数非常高，计算量大到无法承受。

CIC滤波器的巧妙设计：

CIC滤波器由两部分组成：



- 积分器：

$$y[n] = y[n - 1] + x[n]$$

（累加器）

- 梳状器：

$$y[n] = x[n] - x[n - M]$$

（差分器）

- 抽取器：每 R 个点保留一个（↓R）

CIC的优点：

特性	说明
无需乘法	只有加减法，硬件实现极其简单（FPGA友好）
可以任意抽取率	只要改变R
频率响应可预测	就是Sinc函数的形状

CIC的缺点：

- 通带内有倾斜（roll-off），需要后面用FIR的”反Sinc”补偿
- 阻带衰减不够大（需要多级级联）

CIC在雷达中的位置：

- 位于DDC的低通滤波之后
- 完成大幅度的降采样（比如从80 MHz降到10 MHz）
- 后面的HB/FIR再进行精细滤波和小幅度降采样

## 2.4.5 HB滤波器（Half-Band滤波器）

HB（半带）滤波器是一种特殊的FIR滤波器，专门用于2倍降采样。

特性：

- 通带截止频率  $\omega_p$
- 和阻带起始频率  $\omega_s$
- 关于  $\pi/2$
- 对称
- 通带波动和阻带波动相等
- 所有偶数抽头系数（除中心外）均为0！

HB滤波器的优势：



- 一半的系数为0，计算量减半
- 特别适合做2倍降采样
- 多级HB级联可以实现任意2的幂次降采样

典型DDC中的降采样方案：

ADC(80 MHz) → DDC → CIC(↓8) → HB(↓2) → HB(↓2) → FIR补偿 → 基带(2.5 MHz)

各级采样率变化：  
80 MHz → CIC → 10 MHz → HB → 5 MHz → HB → 2.5 MHz

这个方案通过三级降采样（CIC + HB + HB）将采样率从80 MHz降到2.5 MHz，每级各司其职：

级数	滤波器	降采样倍率	输出采样率	作用
第1级	CIC	×8	10 MHz	大幅降采样，粗滤波
第2级	HB	×2	5 MHz	中精度半带滤波

级数	滤波器	降采样倍率	输出采样率	作用
第3级	HB	×2	2.5 MHz	中精度半带滤波
第4级	FIR	×1	2.5 MHz	精细补偿，整形

### 2.4.6 多级降采样为何更高效？

假设要从80 MHz降到2.5 MHz（共降32倍）：

- 单级方法：设计一个低通滤波器（截止频率1.25 MHz），直接32倍降采样
  - 滤波器过渡带极窄（从1.25 MHz到2.5 MHz只有1.25 MHz的过渡带宽）
  - 需要极高的阶数（几百甚至上千阶）
  - 计算量巨大
- 多级方法：CIC(×8) + HB(×2) + HB(×2) + FIR
  - 每级过渡带相对宽得多
  - 每级需要的阶数很小
  - 总计算量是单级的几分之一！

核心原则：降采样要逐级进行，绝不要一步到位。

### 2.4.7 完整DDC处理链

现代雷达接收机的数字部分通常包含：



NCO（数字控制振荡器）：产生数字正弦/余弦信号，频率精确可控。

整个过程完成：

1. ADC：模拟中频 → 数字中频
2. NCO混频：数字中频 → 数字基带（频谱搬到0 Hz附近）

3. CIC + HB + FIR: 低通滤波 + 降采样 (降低数据率, 减少后续处理计算量)
4. I/Q输出: 两个正交的基带信号, 包含全部幅度和相位信息, 等待后续的MTI、脉冲多普勒、CFAR等处理

## 本章总结

### 核心要点

1. 离散信号是连续信号的”快照”——计算机只能处理离散信号, 所以必须把雷达的连续回波通过ADC变成离散的数字序列。
2. Nyquist采样定理是最基本的约束——采样频率必须大于信号最高频率的两倍, 否则发生混叠。但带通采样允许用低得多的采样率来采样高频窄带信号, 这是雷达ADC设计的关键。
3. I/Q采样保留了全部信息 (幅度+相位) ——失去相位意味着失去多普勒信息, 所以雷达必须使用I/Q采样。

4. FFT把DFT的计算量从

$$N^2$$

降到

$$\frac{N}{2} \log_2 N$$

——分而治之的思想, 从物理意义上是把时域信号分解成不同的频率成分。FFT是雷达信号处理中最常被调用的核心算法。

5. 频率分辨率

$$\Delta f = f_s / N$$

决定了多普勒分辨能力——分辨率和观测时间成反比, 这是雷达设计中必须权衡的因素。

6. 数字滤波器是频率的”门”——FIR滤波器稳定、线性相位。在雷达中, FIR被广泛用于脉冲压缩、MTI滤波、DDC等场景。

7. DDC是雷达数字接收机的核心——先把高频信号下变频到基带, 再通过CIC+HB+FIR多级降采样降低数据率, 最后得到I/Q基带信号供后续处理。

### 关键公式速查

公式	意义
$x[n] = x(nT_s)$	连续信号离散化
$f_s > 2f_H$	Nyquist采样定理
$\frac{2f_H}{m+1} \leq f_s \leq \frac{2f_L}{m}$	带通采样条件
$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]W_N^{kn}$	DFT定义
FFT复杂度 = $\frac{N}{2} \log_2 N$	FFT计算量
$\Delta f = f_s/N$	频率分辨率
$y[n] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k]$	FIR滤波器
$f_s' = f_s/R$	降采样后采样率

### 推荐思考题

1. 为什么带通采样能用低于信号最高频率两倍的采样率而不发生混叠？画频谱图来说明。
2. 一个雷达的脉冲重复频率PRF=1 kHz（对应采样率），如果希望频率分辨率达到50 Hz，至少需要做多少点的FFT？
3. 在DDC中，为什么先用CIC大幅降采样，再用HB和FIR精细降采样，而不是一步到位？

## 本章计算练习题

### 题1: Nyquist 采样率

一个模拟信号包含最高频率  $f_H = 10 \text{ MHz}$  的频率分量。问：（1）最低需要多少采样率才能无失真恢复？（2）如果实际采样率  $f_s = 22 \text{ MHz}$ ，那么 Nyquist 区间  $([-f_s/2, f_s/2])$  内能处理的最大信号频率是多少？

► 点击查看解答

### 题2: 带通采样频率选择

一个带通信号的频率范围为  $f_L = 60 \text{ MHz}$ ,  $f_H = 80 \text{ MHz}$ , 信号带宽  $B = 20 \text{ MHz}$ 。选择带通采样频率  $f_s$ , 使采样后频谱不发生混叠。

► [点击查看解答](#)

### 题3: FFT 频率分辨率

一部雷达的  $\text{PRF} = 1 \text{ kHz}$ , 对一个 CPI 内的 64 个脉冲做 FFT。求: (1) FFT 的频率分辨率  $\Delta f$ ; (2) FFT 能覆盖的最大不模糊多普勒范围; (3) 如果希望频率分辨率达到  $10 \text{ Hz}$ , 需要积累多少个脉冲?

► [点击查看解答](#)

### 题4: FIR 滤波器计算量

一个 FIR 滤波器阶数为  $M = 127$  阶 (128 个抽头), 输入信号采样率  $f_s = 10 \text{ MHz}$ 。问: (1) 每秒钟需要做多少次乘加运算? (2) 如果改用 FFT 快速卷积 ( $N=256$ ), 每秒钟需要多少次复数乘法?

► [点击查看解答](#)

---

下一章预告: 有了这些信号处理的基本工具, 我们就可以开始设计雷达信号处理的具体算法了。下一章将介绍脉冲雷达的数据采集过程。

---

## 第3章 脉冲雷达数据采集

### 本章导航

节号	内容	难度
3.1	脉冲雷达工作原理	★☆☆☆☆
3.2	信号采样策略	★★☆☆☆
3.3	I/Q正交解调	★★★☆☆
3.4	模数转换ADC	★★☆☆☆

### 3.1 脉冲雷达工作原理

#### 3.1.1 从”回声测距”说起

生活例子：想象你在一个山谷中大喊一声”喂——“，然后侧耳倾听。过一会儿，你会听到”喂——“的回声。为什么会有回声？因为声音传播到对面山壁，被反射回来。如果你知道声音在空气中的速度（约340 m/s），并且你测量出从喊出到听到回声的时间差，就能算出山壁离你多远：

$$\text{距离} = \frac{\text{声速} \times \text{时间差}}{2}$$

为什么要除以2？因为声音走了一个来回：从你到山壁，再从山壁返回你。

雷达的原理完全一样，只是把”声音”换成了”电磁波”。雷达发射一束电磁波脉冲，电磁波碰到目标（飞机、船只、导弹）后反射回来，雷达接收回波。电磁波的速度是光速  $c = 3 \times 10^8$  m/s，只要测出发射和接收的时间差  $\Delta t$ ，就能算出目标距离：

$$R = \frac{c \cdot \Delta t}{2}$$

公式3.1符号说明：

- $R$ : 目标距离, 单位 m (米)
- $c$ : 光速,  $3 \times 10^8$  m/s
- $\Delta t$ : 发射到接收的时间差, 单位 s (秒)

这就是脉冲雷达最基本的测距原理。

### 3.1.2 发射脉冲与等待回波

脉冲雷达不是连续发射电磁波的, 而是一下一下地”发射短脉冲 → 等待回波 → 发射下一个脉冲”。这和拍照时的闪光灯很像: 闪一下, 等光线回来, 再闪下一张。

一个完整的”发射+等待”周期称为 脉冲重复间隔 (PRI, Pulse Repetition Interval), 用  $T$  表示, 单位是秒。

每秒钟发射的脉冲个数称为 脉冲重复频率 (PRF, Pulse Repetition Frequency), 单位是 Hz:

$$\text{PRF} = \frac{1}{\text{PRI}} = \frac{1}{T}$$

举个例子:

- 如果  $\text{PRI} = 1$  ms (毫秒), 则  $\text{PRF} = 1000$  Hz, 即雷达每秒发射1000个脉冲。
- 如果  $\text{PRI} = 0.2$  ms, 则  $\text{PRF} = 5000$  Hz。

为什么不让雷达连续发射?

因为雷达需要”听”回波。如果一直发射, 回波就会被发射信号淹没, 什么都听不到。所以脉冲雷达在发射时关闭接收机, 发射完再打开接收机”听”回波。这一发一收之间有时间差, 决定了雷达能测量的最大距离。

### 3.1.3 最大不模糊距离

既然雷达在一个 PRI 内只能”听”一次回波, 那么如果目标太远, 回波在下一个脉冲已经发出后才到达, 雷达就会把回波误认为是第二个脉冲的回波, 从而计算出错误的距离。

生活例子: 你在山谷中每隔2秒喊一次”喂”。如果山壁很远, 回声在2秒后才回来, 你就分不清这个回声是对应哪一次喊声了。

雷达能测量”不模糊”的最大距离称为 最大不模糊距离:

$$R_{ua} = \frac{c \cdot T}{2} = \frac{c}{2 \cdot PRF}$$

公式3.3符号说明：

- $R_{ua}$ : 最大不模糊距离, m
- $c$ : 光速,  $3 \times 10^8$  m/s
- $T$ : PRI, s
- PRF: 脉冲重复频率, Hz

PRF 的选取是一个权衡：

- 高 PRF (短 PRI)：最大不模糊距离小，但测量精度高
- 低 PRF (长 PRI)：最大不模糊距离大，但测量精度低

PRF	PRI	最大不模糊距离	适用场景
1000 Hz	1 ms	150 km	远程警戒雷达
5000 Hz	0.2 ms	30 km	中程火控雷达
20 kHz	50 $\mu$ s	7.5 km	近程雷达

### 3.1.4 回波信号的数学表示

发射信号可以表示为：

$$x(t) = A(t) \cos(2\pi f_c t)$$

公式3.4符号说明：

- $x(t)$ : 发射信号，是一个随时间变化的电压/功率
- $A(t)$ : 脉冲包络（脉冲的形状，通常是矩形），无量纲
- $f_c$ : 载波频率（雷达的工作频率），单位 Hz
- $t$ : 时间，单位 s

如果目标距离为  $R_0$ ，回波延迟  $\tau_0 = 2R_0/c$ ，则接收到的回波信号为：

$$y(t) = k \cdot A(t - \tau_0) \cos[2\pi f_c(t - \tau_0) + \phi(t)] + n(t)$$

公式3.5符号说明：

- $y(t)$ : 接收信号
- $k$ : 衰减系数（信号在传播中会衰减）
- $\tau_0 = 2R_0/c$ : 时间延迟, s

- $\phi(t)$ : 目标反射引入的相位变化, rad
- $n(t)$ : 接收机噪声

核心理念: 回波就是发射信号的”延迟版+衰减版”, 延迟的时间  $\tau_0$  告诉我们目标的距离  $R_0 = c\tau_0/2$ 。

### 3.1.5 本章小结(3.1)

概念	要点
脉冲雷达	发射短脉冲→等待回波→测距, 类比山谷回声
PRI / PRF	PRI=1/PRF, 一个发射周期; PRF=每秒脉冲数
最大不模糊距离	$R_{ua} = c/(2PRF)$ , PRF越高, 不模糊距离越小
回波信号	发射信号的延迟+衰减版, 延迟时间直接对应距离

## 3.2 信号采样策略

### 3.2.1 从”电影院胶片”理解二维采样

生活例子: 电影是怎样播放的? 胶片上是一帧一帧的静态画面, 快速播放(每秒24帧)就变成了连续运动。每一帧是空间上的一张完整图片, 而帧与帧之间的顺序构成了时间上的变化。

雷达的采样策略和电影胶片惊人地相似。雷达把时间分成了两个维度:

1. 快时间 (Fast Time): 在一个脉冲回波内, 按极高的采样率对回波信号采样。这相当于电影一帧画面内的像素点, 反映的是距离方向的信息。
2. 慢时间 (Slow Time): 从脉冲到脉冲, 记录同一个距离门在相邻脉冲间的变化。这相当于电影帧与帧之间的变化, 反映的是目标运动(多普勒频率)的信息。

### 3.2.2 距离门 (Range Gate)

对单个脉冲的回波进行高速采样, 每个采样点对应一个 距离门 (Range Gate/Range Cell)。

$$L = \frac{R_{\text{swath}}}{\Delta R} = \frac{R_{\text{swath}}}{c/(2F_s)}$$

公式3.6符号说明：

- $L$ : 距离门（采样点）的总个数，无量纲
- $R_{\text{swath}}$ : 观测距离范围（距离窗口），m
- $\Delta R$ : 一个距离门对应的距离长度（距离分辨率），m
- $F_s$ : 采样率，Hz
- $c$ : 光速，m/s

直观理解：如果你要观测 0 ~ 30 km 范围内的目标，采样率  $F_s = 10$  MHz（每秒一千万个样本），那么每个采样点之间的时间间隔是  $1/F_s = 0.1 \mu\text{s}$ ，对应距离长度  $\Delta R = c \times 0.1 \mu\text{s} / 2 = 15$  m。也就是说，在这个配置下，每个距离门代表15米的距离段，你需要采集  $L = 30000/15 = 2000$  个采样点来覆盖整个30 km范围。

### 3.2.3 CPI（相参处理间隔）

CPI（Coherent Processing Interval，相参处理间隔）是雷达做一次完整信号处理所包含的连续脉冲个数。

如果  $\text{PRF} = 5000$  Hz，CPI内包含  $M = 16$  个脉冲，那么 CPI 的时间长度为：

$$T_{\text{CPI}} = M \times \text{PRI} = 16 \times 0.2\text{ms} = 3.2\text{ms}$$

在 CPI 内，雷达假设目标的运动状态基本不变，然后利用这  $M$  个脉冲的回波做联合处理（如多普勒滤波）。

### 3.2.4 快时间 - 慢时间二维数据矩阵

所有脉冲的回波数据可以排列成一个二维矩阵：

$$\text{数据矩阵大小} = L (\text{距离门数}) \times M (\text{CPI内脉冲数})$$

方向	含义	采样率	对应信息
快时间（列）	一个脉冲回波内的采样点	$F_s$ (MHz量级)	目标距离
慢时间（行）	同一个距离门在不同脉冲间的值	PRF (kHz量级)	目标速度（多普勒）

生活类比：快时间是“用高速摄像机拍一张照片的像素”，慢时间是“用普通摄像机每秒拍24帧捕捉运动”。

### 3.2.5 采样率与距离分辨率

根据奈奎斯特采样定理，要无失真地恢复一个带宽为  $B$  的信号，采样率必须满足：

$$F_s \geq B$$

公式3.7符号说明：

- $F_s$ : 采样率, Hz
- $B$ : 信号带宽, Hz

在雷达中，采样率直接决定了距离分辨率：

$$\Delta R = \frac{c}{2F_s} = \frac{c}{2B}$$

公式3.8符号说明：

- $\Delta R$ : 距离分辨率, m
- $c$ : 光速, m/s
- $F_s$ : 采样率, Hz (当  $F_s = B$  时)
- $B$ : 信号带宽, Hz

**举例：** 如果雷达信号带宽  $B = 10$  MHz，则距离分辨率  $\Delta R = 3 \times 10^8 / (2 \times 10^7) = 15$  m。这意味着两个目标如果相距小于15米，雷达就无法区分它们。

### 3.2.6 多普勒频率与慢时间采样

当目标相对雷达运动时，回波频率会发生偏移，这就是 **多普勒效应**。

**生活例子：** 救护车朝你开过来时，警笛声调变高；远离你时，声调变低。这就是声波的多普勒效应。电磁波也一样。

目标径向运动速度为  $v$  时，多普勒频移为：

$$f_d = \frac{2v}{c/f_c} = \frac{2v}{\lambda}$$

公式3.9符号说明：

- $f_d$ : 多普勒频率, Hz
- $v$ : 目标的径向速度, m/s
- $\lambda = c/f_c$ : 电磁波波长, m

慢时间的采样率就是 PRF。根据奈奎斯特定理，PRF 必须大于两倍的最大多普勒频率：

$$\text{PRF} > 2|f_{d, \max}|$$

否则就会产生 **多普勒模糊**——就像电影中车轮看起来倒转一样（因为帧率太低，捕捉不到真实的旋转方向）。

最大不模糊多普勒频率：

$$F_{D, \text{ua}} = \frac{1}{\text{PRI}} = \text{PRF}$$

对应的最大不模糊速度为：

$$v_{\text{ua}} = \frac{\text{PRF} \cdot \lambda}{2}$$

### 3.2.7 本节小结

概念	要点
快时间	一个脉冲回波内的高速采样，对应距离信息
慢时间	跨脉冲的采样，对应多普勒（速度）信息
二维数据矩阵	L（距离门数）× M（脉冲数）
距离分辨率	$\Delta R = c/(2B)$ ，带宽越大分辨率越高
多普勒模糊	PRF 太低时，高速目标的速度无法正确测量

## 3.3 I/Q 正交解调

### 3.3.1 为什么要用 I/Q? ——从“只闻其声不见其人”说起

生活例子：你在打电话时，只能听到对方的声音（幅度变化），但看不到对方的表情（相位变化）。这就丢失了一半信息。

雷达信号有两个关键信息：**幅度**（目标大小）和**相位**（目标运动）。如果只用常规方法（直接采样射频信号），你只能得到幅度信息，却丢失了相位信息。而相位恰恰包含了目标是否在运动的关键信息。

I/Q 解调 就是为了同时保留幅度和相位信息而设计的。

### 3.3.2 什么是 I/Q?

- I (In-Phase, 同相分量) : 与参考信号同相的分量
- Q (Quadrature, 正交分量) : 与参考信号正交 (相差90° ) 的分量

一个带相位信息的信号可以表示为:

$$x(t) = A(t) \cos [2\pi f_c t + \phi(t)]$$

通过 I/Q 解调, 我们把信号拆成两个部分:

$$\begin{aligned} I(t) &= A(t) \cos [\phi(t)] \\ Q(t) &= A(t) \sin [\phi(t)] \end{aligned}$$

公式3.13符号说明:

- $I(t)$ : 同相分量
- $Q(t)$ : 正交分量
- $A(t)$ : 信号幅度
- $\phi(t)$ : 信号相位

然后用复数形式完美地表示信号:

$$s(t) = I(t) + jQ(t) = A(t) e^{j\phi(t)}$$

为什么复数表示好? 因为  $\phi(t)$  包含了目标的微小运动信息。例如, 目标移动  $\lambda/4$ , 相位就变化  $\pi$  (180°), 这在复平面上是一目了然的。

### 3.3.3 I/Q 解调的硬件实现

I/Q 解调在硬件上是如何实现的? 看下面的框图:

射频信号 → 分成两路

└→ 乘以  $\cos(2\pi f_{LO} t)$  → 低通滤波 → I 路

└→ 乘以  $-\sin(2\pi f_{LO} t)$  → 低通滤波 → Q 路

具体步骤:

1. 混频: 将射频信号与本地振荡器 (LO) 信号相乘。本地振荡器产生两个信号:
  - 参考信号:  $\cos(2\pi f_{LO} t)$
  - 90° 移相信号:  $-\sin(2\pi f_{LO} t)$
2. 低通滤波: 混频后的信号包含和频 ( $f_c + f_{LO}$ ) 和差频 ( $f_c - f_{LO}$ ), 低通滤波器滤掉和频部分, 只保留差频部分。

数学推导:

以 I 路为例, 输入信号  $s(t) = A(t) \cos [2\pi f_c t + \phi(t)]$  乘以  $\cos(2\pi f_{LO} t)$ :

$$s(t) \cdot \cos(2\pi f_{LO}t) = A(t) \cos[2\pi f_c t + \phi(t)] \cdot \cos(2\pi f_{LO}t)$$

$$= \frac{A(t)}{2} \{ \cos[2\pi(f_c + f_{LO})t + \phi(t)] + \cos[2\pi(f_c - f_{LO})t + \phi(t)] \}$$

这里用到了三角恒等式： $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$

低通滤波后，和频部分被滤除，得到：

$$I(t) = \frac{A(t)}{2} \cos[2\pi f_I t + \phi(t)]$$

其中  $f_I = f_c - f_{LO}$  是中频频率。

### 3.3.4 正交解调的数字实现 (DDC)

在现代雷达中，I/Q 解调通常用 数字下变频 (DDC, Digital Down Converter) 实现。流程如下：

ADC采样 → 数字混频 → 低通滤波 → 抽取 → I/Q数据

模拟信号先通过 ADC 变成数字信号，然后在数字域完成混频和滤波。这样做的好处是精度高、稳定性好、可编程。

### 3.3.5 复信号的物理意义

用复数  $I + jQ$  表示信号后，信号完全由 幅度 和 相位 描述：

$$\text{幅度} = \sqrt{I^2 + Q^2} \quad (\text{对应目标强度})$$

$$\text{相位} = \arctan(Q/I) \quad (\text{对目标运动极其敏感})$$

雷达任务	利用的参量	原理
测距	时间延迟	发射回波时间差
测速	相位变化率	多普勒效应
成像 (SAR)	相位历史	不同位置回波的相位差异
动目标检测 (MTI)	相位差	静止目标相位不变，运动目标相位变化

### 3.3.6 I/Q 不平衡问题

在实际硬件中，I 路和 Q 路很难做到完全一致：

- 幅度不平衡：两路增益不同

- 相位不平衡：正交角度不是严格的 $90^\circ$   
这会引入镜像干扰，需要通过数字校正来补偿。

### 3.3.7 本节小结

概念	要点
I/Q 解调的目的	同时保留信号的幅度和相位信息
I (同相)	与参考信号同相的分量
Q (正交)	与参考信号相差 $90^\circ$ 的分量
复数表示	$I + jQ = Ae^{j\phi}$ ，完美描述信号
硬件实现	两路混频 + 低通滤波
DDC	数字下变频，精度高、可编程

## 3.4 模数转换 ADC

### 3.4.1 从”数码照片”理解 ADC

生活例子：传统胶片相机用化学方法记录连续的光影，而数码相机用像素点来”离散化”图像。像素越多（分辨率越高），照片越清晰；每个像素的颜色位数越多（如8位 vs 16位），色彩过渡越细腻。

ADC (Analog-to-Digital Converter, 模数转换器) 在雷达中扮演了类似的角色——它把连续的模拟雷达回波信号变成离散的数字信号，让计算机可以进行后续处理。

ADC 有两个核心参数：

1. 采样率 ( $F_s$ )：每秒钟采集多少个样本，单位 Hz
2. 量化位数 ( $N_{\text{bits}}$ )：每个样本用多少位二进制数表示，单位 bit

### 3.4.2 采样率 —— 欠采样和过采样

根据奈奎斯特采样定理，要无失真地恢复原始信号，采样率必须至少是信号最高频率的两倍：

$$F_s \geq 2 \times f_{\max}$$

但是在雷达中，情况有些特殊。

雷达信号是窄带信号（信号带宽  $B$  远小于载频  $f_c$ ）。对于这种信号，我们可以用 带通采样（也叫欠采样）技术，以远低于载频的采样率来采样，只要采样率满足：

$$F_s \geq 2B$$

举例：雷达载频  $f_c = 70$  MHz，信号带宽  $B = 10$  MHz。如果是基带采样需要  $F_s \geq 140$  MHz，但用带通采样只需要  $F_s \geq 20$  MHz。这大大降低了对 ADC 硬件的要求！

### 3.4.3 量化位数 —— 动态范围

量化位数决定了 ADC 能区分的信号强度等级：

$$\text{等级数} = 2^{N_{\text{bits}}}$$

量化位数	等级数	动态范围	适用场景
8 bit	256	~48 dB	简单雷达
12 bit	4096	~72 dB	中端雷达
14 bit	16384	~84 dB	高端雷达
16 bit	65536	~96 dB	精密雷达

动态范围 是指 ADC 能同时处理的最大信号和最小信号之间的比值。在雷达中，大目标（如客机）的回波和小目标（如无人机）的回波可能相差几个数量级，量化位数不够的话，小目标就会被量化噪声淹没。

### 3.4.4 采样率与距离分辨率的关系

ADC 的采样率直接决定了雷达的距离分辨率（参见 3.2.5 节）：

$$\Delta R = \frac{c}{2F_s} \text{ (当带宽受限时)} \quad \text{或} \quad \Delta R = \frac{c}{2B} \text{ (一般情况)}$$

采样率 / 带宽	距离分辨率	应用场景
1 MHz	150 m	远程预警雷达
10 MHz	15 m	中程雷达
100 MHz	1.5 m	火控雷达
1 GHz	0.15 m	高分辨成像雷达

### 3.4.5 ADC 对雷达系统性能的影响

ADC 的两个参数直接约束了雷达的”视力”：

1. 采样率决定”看得多细”（距离分辨率）：采样率越高，距离门越窄，距离分辨率越好
2. 量化位数决定”看得多清”（动态范围）：量化位数越多，弱小目标越不易被噪声淹没

实际权衡：

- 高采样率 × 高量化位数 = 数据量极大，对存储和传输是巨大挑战
- 例如： $F_s = 100 \text{ MHz}$ ， $N_{\text{bits}} = 14 \text{ bit}$ ，数据率 =  $100 \times 10^6 \times 14 = 1.4 \text{ Gbps}$
- 这就是为什么雷达系统中常用 FPGA 做实时处理，而不是把原始数据全部传回电脑

### 3.4.6 本节小结

概念	要点
采样率 $F_s$	决定距离分辨率，必须 $\geq 2B$
量化位数 $N_{\text{bits}}$	决定动态范围，每多1bit增加6dB
带通采样	利用信号窄带特性，降低采样率要求
数据率	$F_s \times N_{\text{bits}}$ ，高速ADC需要FPGA配合

## 第3章核心公式总结

公式	含义	编号
$R = c \cdot \Delta t / 2$	由时间延迟求距离	(3.1)
$\text{PRF} = 1/\text{PRI}$	脉冲重复频率	(3.2)
$R_{\text{ua}} = c / (2 \cdot \text{PRF})$	最大不模糊距离	(3.3)
$\Delta R = c / (2B)$	距离分辨率	(3.8)
$f_d = 2v/\lambda$	多普勒频率	(3.9)
$I + jQ = Ae^{j\phi}$	I/Q复数表示	(3.14)
$F_s \geq 2B$	奈奎斯特采样定理	(3.15)

## 本章学习要点

---

1. 脉冲雷达的工作方式：发射→等待→接收，类比山谷回声
  2. PRI/PRF 决定了最大不模糊距离，是设计中最重要权衡之一
  3. 快时间-慢时间二维采样是雷达信号处理的基础框架
  4. I/Q 解调让雷达同时获取幅度和相位信息，相位是测速和成像的关键
  5. ADC 的采样率决定距离分辨率，量化位数决定动态范围
- 

## 本章计算练习题

---

### 题1：距离分辨率

一部雷达发射信号带宽  $B = 5 \text{ MHz}$ ，求该雷达的距离分辨率  $\Delta R$ 。如果带宽提高到  $50 \text{ MHz}$ ，分辨率提升多少倍？

► [点击查看解答](#)

### 题2：最大不模糊距离 vs PRF

一部雷达需要探测  $300 \text{ km}$  外的目标，问：(1) PRF 最高能取多少才不产生距离模糊？(2) 如果 PRF 取  $500 \text{ Hz}$ ，最大不模糊距离是多少？

► [点击查看解答](#)

### 题3：快时间采样与距离门

信号带宽  $B = 10 \text{ MHz}$ ，基带采样率  $F_s = 10 \text{ MHz}$  ( $F_s = B$ )。PRF =  $1 \text{ kHz}$ ，脉冲覆盖范围  $150 \text{ km}$ 。求：(1) 一个脉冲有多少个距离门？(2) 距离门间隔是多少？

► [点击查看解答](#)

### 题4：I/Q 解调与复数信号

对中频  $f_l = 30 \text{ MHz}$  的信号做带通采样，采样率  $f_s = 40 \text{ MHz}$ 。求采样后信号的频谱位置，并解释如何通过 DDC 得到 I/Q 基带信号。

► [点击查看解答](#)

---

**预习提示：** 下一章我们将学习雷达系统信号模型，包括最重要的**雷达方程**——它定量描述了”雷达能看到多远的目标”。这是全书最核心的公式之一。

---

## 第4章 雷达系统信号模型

### 本章导航

节号	内容	难度
4.1	雷达信号表示	★★☆☆☆
4.2	雷达方程（全程详细推导）	★★★★★
4.3	目标起伏模型与RCS	★★★★☆☆

### 4.1 雷达信号表示

#### 4.1.1 从”打篮球”理解信号模型

生活例子：你朝篮筐投球，球飞出去，命中篮筐后弹回来，你接住球。这个过程中：

- 你投出的球 = 发射信号
- 球碰到篮筐弹回 = 目标散射
- 你接住的球 = 接收信号

球的飞行时间告诉你距离篮筐多远，球弹回来的力度告诉你篮筐的”散射特性”。雷达信号建模就是用来描述这个过程的数学语言。

#### 4.1.2 发射信号模型

脉冲雷达的发射信号可以建模为：

$$s_T(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_p}\right) \cdot \sin(2\pi f_c t)$$

其中矩形脉冲函数定义为：

$$\text{rect}\left(\frac{t}{T_p}\right) = \begin{cases} 1, & |t| \leq T_p/2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

公式4.1-4.2符号说明：

- $s_T(t)$ ：发射信号，单位 V（伏特）
- $\text{rect}(\cdot)$ ：矩形函数，描述脉冲的”开关”形状，无量纲
- $T_p$ ：脉冲宽度（发射信号持续时间），单位 s（秒）
- $f_c$ ：载波频率（雷达工作的中心频率），单位 Hz
- $t$ ：时间，单位 s

**直观理解：** 在  $T_p$  这段时间内，雷达发射频率为  $f_c$  的正弦波； $T_p$  之外，雷达关闭发射机，“听”回波。

### 4.1.3 接收信号模型

接收信号是发射信号经过传播、目标反射、再传播回来的结果，加上不可避免的噪声：

$$y(t) = k \cdot A(t - \tau_0) e^{j[2\pi f_c(t - \tau_0) + \phi(t)]} + n(t)$$

公式4.3符号说明：

- $y(t)$ ：接收信号，V
- $k$ ：传播衰减系数（与距离成反比），无量纲
- $A(t)$ ：脉冲包络（弹体形状），无量纲
- $\tau_0 = 2R_0/c$ ：回波延迟时间，s
- $R_0$ ：目标距离，m
- $c$ ：光速， $3 \times 10^8$  m/s
- $f_c$ ：载波频率，Hz
- $\phi(t)$ ：目标反射引入的附加相位，rad
- $n(t)$ ：接收机热噪声和其他干扰

**关键概念：** 接收信号 = 发射信号的延迟版（延迟  $\tau_0$  对应目标距离）+ 衰减版（衰减  $k$  对应目标大小和距离）+ 噪声（无处不在的热噪声）。

### 4.1.4 目标距离的确定

由延迟时间直接计算距离：

$$R_0 = \frac{c \cdot \tau_0}{2}$$

这是雷达测距的最基本公式。 $\tau_0$  可以通过测量发射脉冲和接收回波之间的时间差来获得。

### 4.1.5 本节小结

概念	要点
发射信号	脉冲包络 × 载波正弦波
接收信号	延迟 + 衰减 + 噪声
目标距离	$R_0 = c\tau_0/2$

## 4.2 雷达方程（全书最重要公式）

### 4.2.1 什么是雷达方程？

**生活例子：** 你用手电筒在黑夜里找人。手电筒的亮度（发射功率）、手电筒的聚光能力（天线增益）、你的视力（接收灵敏度）共同决定了你最多能照多远。如果那个人站在很远的地方，反射回来的光太弱，你就看不见他。

**雷达方程** 就是定量描述这个过程的数学公式。它把雷达的所有重要参数汇集在一个公式中，计算出雷达能发现目标的最大距离。

**雷达方程的重要性：**

- 系统设计：在造雷达前，先算算能不能达到要求的探测距离
- 参数分析：哪个参数对探测距离影响最大？天线还是功率？
- 性能评估：现有雷达能看多远？能发现多大目标？

### 4.2.2 第一步：发射功率到目标处的功率密度

雷达发射机输出功率为  $P_t$ （单位：W，瓦特）。

如果发射机连接的是全向天线（向所有方向均匀辐射），那么在距离  $R$  处，单位面积上的功率（称为功率密度）为：

$$S_1' = \frac{P_t}{4\pi R^2}$$

公式4.5符号说明：

- $S_1'$ : 全向天线时距离 $R$ 处的功率密度, 单位  $W/m^2$
- $P_t$ : 发射机输出功率,  $W$
- $R$ : 距离目标的距离,  $m$
- $4\pi R^2$ : 半径为 $R$ 的球面面积,  $m^2$

物理含义： 发射功率均匀分布在半径为  $R$  的球面上。距离越远，球面越大，单位面积上的功率就越小——这就是”平方反比”关系。

但雷达天线不是全向的——我们希望能量集中朝向目标方向。天线有一个关键参数——增益  $G$ ：

$$S_1 = \frac{P_t G}{4\pi R^2}$$

公式4.6符号说明：

- $S_1$ : 增益天线时目标处的功率密度,  $W/m^2$
- $G$ : 天线增益, 无量纲 (通常用dBi表示)

天线增益的直观理解： 如果说全向天线是”灯泡”，照亮所有方向；那么增益天线就是”手电筒”，把能量集中到特定方向。增益  $G = 100$  意味着目标方向的功率密度是全向时的100倍。

### 4.2.3 第二步：目标截获与散射

当电磁波照射到目标（飞机、导弹等）上时，目标会截获一部分能量并向各个方向散射。

目标对电磁波的散射能力用 雷达散射截面 (RCS, Radar Cross Section) 来衡量, 记作  $\sigma$ , 单位是  $m^2$ 。

RCS 的直观理解： 它相当于目标的”雷达可见面积”。一个金属球可能  $RCS = 1 m^2$ , 而隐身战机可能只有  $RCS = 0.005 m^2$ ——即只有拳头大小的金属球那么大。

目标截获的总功率 = 目标处的功率密度  $\times$  RCS:

$$P_{\text{target}} = S_1 \cdot \sigma = \frac{P_t G \sigma}{4\pi R^2}$$

目标截获这些能量后，再向各个方向散射。在目标处，散射就像一个功率为  $P_{\text{target}}$  的新发射机。经过距离  $R$  传播回到雷达接收天线时，功率密度为：

$$S_2 = \frac{P_{\text{target}}}{4\pi R^2} = \frac{P_t G \sigma}{(4\pi R^2)^2} = \frac{P_t G \sigma}{16\pi^2 R^4}$$

公式4.8符号说明：

- $S_2$ : 回波到达接收天线时的功率密度,  $W/m^2$
- $\sigma$ : 目标的雷达散射截面积 (RCS),  $m^2$

#### 4.2.4 第三步：接收天线截获回波功率

接收天线有一个有效孔径面积  $A_e$  (单位:  $m^2$ )，它表示天线”捕捉”电磁波的有效面积。

接收到的回波功率为：

$$P_r = S_2 \cdot A_e = \frac{P_t G \sigma}{(4\pi)^2 R^4} \cdot A_e$$

公式4.9符号说明：

- $P_r$ : 接收到的回波功率, W
- $A_e$ : 接收天线的有效孔径面积,  $m^2$

#### 4.2.5 第四步：天线增益与有效孔径的关系

天线增益  $G$  和有效孔径  $A_e$  之间有一个非常重要的关系：

$$G = \frac{4\pi A_e}{\lambda^2}$$

反过来：

$$A_e = \frac{G\lambda^2}{4\pi}$$

公式4.10-4.11符号说明：

- $\lambda$ : 电磁波波长,  $\lambda = c/f_c$ , 单位 m
- $G$ : 天线增益, 无量纲
- $A_e$ : 有效孔径面积,  $m^2$

物理含义： 天线增益越大（越聚焦），等效孔径面积越大；波长越短，对于同样增益的天线，孔径越小。

### 4.2.6 第五步：代入得到基本雷达方程

将 (4.11) 代入 (4.9)：

$$P_r = \frac{P_t G \sigma}{(4\pi)^2 R^4} \cdot \frac{G \lambda^2}{4\pi}$$

$$= \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4}$$

公式4.12符号说明：

- $P_r$ : 接收功率, W
- $P_t$ : 发射功率, W
- $G$ : 天线增益 (收发共用天线时相同), 无量纲
- $\lambda$ : 波长, m
- $\sigma$ : 目标 RCS,  $m^2$
- $R$ : 目标距离, m
- $(4\pi)^3 = 64\pi^3 \approx 1984$ , 常数因子

这个公式的意义：接收功率  $P_r$  和距离  $R$  的四次方成反比！这意味着距离翻倍，接收功率下降到原来的 1/16。这就是为什么雷达要看到更远的目标需要大幅增加功率或天线增益。

### 4.2.7 第六步：引入系统损耗

实际雷达系统中存在各种损耗，用一个 损耗因子  $L$  ( $L > 1$ ) 来表示：

$$P_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 L}$$

公式4.13符号说明：

- $L$ : 系统总损耗, 无量纲 ( $L > 1$ )

常见损耗来源：

损耗类型	典型值	来源
大气吸收 $L_a$	1.2 dB	电磁波在大气中被吸收
天线损耗 $L_{ant}$	1.3 dB	天线本身不是理想导体
馈线损耗 $L_f$	1.8 dB	传输线中的能量损耗
接收机噪声 $L_n$	0.8 dB	接收机内部噪声

总损耗  $L$  是所有分项损耗的乘积（dB 值相加）。

#### 4.2.8 第七步：信噪比形式（SNR）

雷达接收机能否检测到信号，不取决于信号的绝对值，而取决于信号功率与噪声功率的比值——信噪比（SNR）。

接收机噪声功率为：

$$N = kTB_nF_n$$

公式4.14符号说明：

- $N$ ：噪声功率，W
- $k$ ：玻尔兹曼常数， $1.38 \times 10^{-23}$  J/K（焦耳/开尔文）
- $T$ ：系统温度，K（开尔文），通常取 290 K（室温）
- $B_n$ ：接收机噪声带宽，Hz（通常约等于信号带宽）
- $F_n$ ：接收机噪声系数，无量纲（描述接收机自身引入的额外噪声）

因此，接收信噪比为：

$$SNR = \frac{P_r}{N} = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 kTB_n F_n L}$$

公式4.15符号说明：

- SNR：信噪比，无量纲（有时用 dB 表示， $10 \log_{10} (SNR)$ ）
- $k$ ：玻尔兹曼常数， $1.38 \times 10^{-23}$  J/K
- $T$ ：系统噪声温度，K
- $B_n$ ：噪声带宽，Hz
- $F_n$ ：噪声系数，无量纲

SNR 的物理意义：SNR = 1（即 0 dB）时，信号和噪声一样强，很难检测。实际雷达要求 SNR 在 10~20 dB 之间才能可靠检测。

#### 4.2.9 第八步：最大探测距离

雷达能可靠检测目标所需的最小信噪比称为  $SNR_{\min}$ 。令  $SNR = SNR_{\min}$ ，解出  $R$ ：

$$R_{\max} = \left[ \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 SNR_{\min} kTB_n F_n L} \right]^{1/4}$$

公式4.16符号说明：

- $R_{\max}$ : 最大探测距离, m
- $SNR_{\min}$ : 最小可检测信噪比 (取决于检测概率要求), 无量纲
- 其他符号同前

这个公式太重要了, 我们来仔细分析它。

#### 4.2.10 雷达方程的完整推导路线图

为了帮助理解, 下面是完整的推导链:

```

P_t (发射功率)
  ↓ 通过增益天线聚焦
P_t · G / (4πR²) (目标处功率密度)
  ↓ 目标截获并散射 (RCS = σ)
P_t · G · σ / (4πR²) (目标散射功率)
  ↓ 回波传播回雷达
P_t · G · σ / (4πR²)² = P_t · G · σ / (16π²R⁴) (接收天线处功率密度)
  ↓ 天线有效孔径 Ae 截获
P_r = P_t · G · σ · Ae / (4π)²R⁴
  ↓ 代入 Ae = Gλ²/4π
P_r = P_t · G² · λ² · σ / (4π)³R⁴
  ↓ 引入系统损耗 L
P_r = P_t · G² · λ² · σ / (4π)³R⁴L
  ↓ 引入噪声 (热噪声 kTB_nF_n)
SNR = P_t · G² · λ² · σ / [(4π)³R⁴ · kTB_nF_n · L]
  ↓ 令 SNR = SNR_min, 解 R
R_max = [P_t · G² · λ² · σ / ((4π)³ · SNR_min · kTB_nF_n · L)]^{1/4}
    
```

#### 4.2.11 雷达方程的深入分析

##### (1) 距离的四次方衰减

$R_{\max} \propto P_t^{1/4}$ : 发射功率翻倍, 最大距离只增加约 19% ( $2^{1/4} \approx 1.19$ )

$R_{\max} \propto G^{1/2}$ : 天线增益翻倍, 最大距离增加约 41% ( $2^{1/2} \approx 1.41$ )

这意味着:

- 要提高探测距离, 增加天线增益比增加发射功率更有效
- 要增加距离一倍, 功率需要增加16倍!

## (2) 脉冲积累效应

实际雷达中，一个 CPI 内包含  $M$  个脉冲。通过对  $M$  个脉冲的相参积累，SNR 可以提升  $M$  倍：

$$R_{\max} = \left[ \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma M}{(4\pi)^3 SNR_{\min} k T B_n F_n L} \right]^{1/4}$$

因为积累前  $SNR = P_r/N$ ，积累后  $SNR = M \cdot P_r/N$ 。

或者用平均功率  $P_{av} = P_t \cdot T_p / PRI$  来表示：

$$R_{\max} = \left[ \frac{P_{av} G^2 \lambda^2 \sigma T_c}{(4\pi)^3 SNR_{\min} k T F_n L} \right]^{1/4}$$

其中  $T_c = M \cdot PRI$  是 CPI 的总时间长度， $T_p$  是子脉冲宽度。

## (3) 各参数对最大距离的影响总结

参数	变化	对 $R_{\max}$ 的影响	物理含义
$P_t$	$\times 2$	$\times 1.19$	功率翻倍，距离增19%
$G$	$\times 2$	$\times 1.41$	增益翻倍，距离增41%
$\lambda$	$\times 2$	$\times 1.19$	波长增倍（频率减半），距离增19%
$\sigma$	$\times 2$	$\times 1.19$	RCS增倍，距离增19%
$SNR_{\min}$	$\times 2$	$\times 0.84$	要求SNR翻倍，距离减16%
$L$	$\times 2$	$\times 0.84$	损耗翻倍，距离减16%

## 4.2.12 雷达方程的应用举例

例题：某雷达参数如下：

- $P_t = 1$  MW（百万瓦）
- $G = 40$  dB（即  $10^4$  倍）
- $\lambda = 0.03$  m（对应  $f_c = 10$  GHz，X波段）
- $B_n = 5$  MHz
- $F_n = 3$  dB（即 2 倍）
- $L = 5$  dB（即 3.16 倍）
- 目标  $\sigma = 1$  m<sup>2</sup>
- $SNR_{\min} = 13$  dB（即 20 倍）

求最大探测距离。

解：

$$\begin{aligned}
 R_{\max} &= \left[ \frac{(10^6)(10^4)^2(0.03)^2(1)}{(4\pi)^3(20)(1.38 \times 10^{-23})(290)(5 \times 10^6)(2)(3.16)} \right]^{1/4} \\
 &\approx \left[ \frac{9 \times 10^{13}}{1984 \times 20 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 290 \times 5 \times 10^6 \times 2 \times 3.16} \right]^{1/4} \\
 &\approx [2.3 \times 10^{20}]^{1/4} \\
 &\approx 123 \text{ km}
 \end{aligned}$$

这个雷达对 1 m<sup>2</sup> 目标的探测距离大约是 123 km。

### 4.2.13 本节小结

步骤	物理过程	公式
1	发射→目标处功率密度	$S_1 = P_t G / (4\pi R^2)$
2	目标散射	$P_{\text{target}} = S_1 \cdot \sigma$
3	回波回到接收天线	$S_2 = P_{\text{target}} / (4\pi R^2)$
4	天线截获	$P_r = S_2 \cdot A_e$
5	代入 $A_e = G\lambda^2/4\pi$	$P_r = P_t G^2 \lambda^2 \sigma / (4\pi)^3 R^4$
6	引入损耗	$P_r = P_t G^2 \lambda^2 \sigma / (4\pi)^3 R^4 L$
7	信噪比表示	$\text{SNR} = P_r / (kTB_n F_n)$
8	最大距离	$R_{\max} = [\dots]^{1/4}$

## 4.3 目标起伏模型与 RCS

### 4.3.1 什么是 RCS?

生活例子：在黑暗中用手电筒照一个篮球和一个乒乓球。篮球反射的光远多于乒乓球——因为篮球更大。但如果篮球表面是磨砂的而乒乓球是镜面的呢？有时候小但光滑的物体反而比大但粗糙的物体反射更多光。

雷达散射截面积（RCS）就是定量描述目标”电磁反射能力”的参数，通常用符号  $\sigma$  表示，单位是 m<sup>2</sup>。

RCS 的严格定义是：

$$\sigma = \lim_{R \rightarrow \infty} 4\pi R^2 \frac{|E_s|^2}{|E_i|^2}$$

公式4.17符号说明：

- $\sigma$ : RCS,  $m^2$
- $R$ : 观察点到目标的距离, m
- $E_s$ : 散射电场强度, V/m
- $E_i$ : 入射电场强度, V/m

**通俗理解：** RCS 相当于目标“看起来”有多大的一块面积在反射电磁波。一个真实的物理面积为  $1 m^2$  的金属平板，如果正对雷达，其 RCS 可能达到  $4\pi A^2/\lambda^2$ ，远大于实际面积——所以雷达能看到“比实际更大”的目标。

### 4.3.2 典型目标的 RCS 数量级

目标类型	RCS ( $m^2$ )	RCS (dBsm)	描述
大型客机	100	20 dBsm	波音747等
中型战斗机	3~5	5~7 dBsm	F-16
小型战斗机	1~2	0~3 dBsm	歼-7
大型鸟	0.01	-20 dBsm	可能造成虚警
隐身战机 F-35	0.005	-23 dBsm	相当于一个金属球
F-117	0.003	-25 dBsm	第一代隐身技术
隐身无人机	0.001	-30 dBsm	极难探测

RCS 的 dB 表示： $\sigma_{dBsm} = 10 \log_{10} [\sigma (m^2)]$

$1 m^2 = 0 \text{ dBsm}$ ,  $0.1 m^2 = -10 \text{ dBsm}$ ,  $10 m^2 = +10 \text{ dBsm}$

### 4.3.3 影响 RCS 的因素

1. 目标尺寸：一般来说尺寸越大，RCS 越大
2. 目标形状：平板 > 球体 > 锥体（同样投影面积）
3. 材料：金属 >> 非金属（导电性越好反射越强）

4. 入射角度：平板正对时 RCS 很大，侧面时很小
5. 频率：不同频率下 RCS 差别很大（谐振效应）

### 4.3.4 目标散射的三个区域

根据目标尺寸  $a$  与波长  $\lambda$  的关系（用  $ka = 2\pi a/\lambda$  表示）：

区域	$ka$ 范围	RCS 特性	实例
瑞利区	$ka \ll 1$	$\sigma \propto f^4$ ，随频率急剧变化	雨滴、昆虫
谐振区	$ka \approx 1$	震荡变化，可能大于光学区	小无人机
光学区	$ka \gg 1$	$\sigma \approx$ 投影面积，稳定	飞机、导弹

直观理解：

- 瑞利区：波长远大于目标，绕射为主，散射很弱（就像海浪绕过礁石）
- 谐振区：波长接近目标尺寸，产生谐振效应
- 光学区：波长远小于目标，类似光学反射（雷达常用工作区域）

### 4.3.5 Swerling 目标起伏模型

实际中，目标的 RCS 不是恒定值——它会随着目标姿态角的变化而随机起伏。Swerling 模型 就是描述这种起伏的统计模型。

Swerling 提出了四个标准模型，分为两类（快起伏和慢起伏），每类两种（指数分布和  $\chi^2$  分布）：

#### Swerling 1 型：慢起伏，指数分布

- RCS 的概率密度函数 (PDF)：  $p(\sigma) = \frac{1}{\sigma} e^{-\sigma/\bar{\sigma}}$
- RCS 在整个 CPI 内保持不变（慢起伏）
- 脉冲到脉冲之间相关
- 适用场景： 由多个独立散射体构成的复杂目标，如大型飞机

#### Swerling 2 型：快起伏，指数分布

- PDF 与 Swerling 1 相同：  $p(\sigma) = \frac{1}{\sigma} e^{-\sigma/\bar{\sigma}}$
- RCS 在脉冲间独立变化（快起伏）
- 脉冲到脉冲之间不相关

- 适用场景： 高速旋转或有快速姿态变化的复杂目标

**Swerling 3 型：慢起伏， $\chi^2$  分布（4 自由度）**

- PDF:  $p(\sigma) = \frac{4\sigma}{\bar{\sigma}^2} e^{-2\sigma/\bar{\sigma}}$
- 由一个主反射体加上多个小散射体构成
- RCS 在整个 CPI 内保持不变
- 适用场景： 带有大镜面反射的目标，如机翼平面正对雷达

**Swerling 4 型：快起伏， $\chi^2$  分布（4 自由度）**

- PDF 与 Swerling 3 相同
- RCS 在脉冲间独立变化
- 适用场景： 姿态快速变化、有主反射体的目标

模型	起伏速度	分布	典型目标	检测难度
Swerling 1	慢 (CPI内不变)	指数	大型飞机	较难
Swerling 2	快 (脉冲间变化)	指数	快速机动目标	较易 (得益独立采样)
Swerling 3	慢 (CPI内不变)	$\chi^2$ (4自由度)	有主反射体的目标	中等
Swerling 4	快 (脉冲间变化)	$\chi^2$ (4自由度)	高速机动且含主反射体	较易

**4.3.6 RCS 减缩技术（隐身原理）**

隐身技术本质上就是减小 RCS，使雷达方程中的  $\sigma$  变小，从而缩短探测距离  $R_{max}$ 。

主要方法：

1. 外形设计：改变反射方向，不让电磁波返回雷达方向
  - 典型：F-117 的多面体设计，F-22/B-2 的平滑曲面
2. 吸波材料：将电磁波能量转化为热能
  - 铁氧体涂料、碳纤维复合材料
3. 被动对消：散射波与入射波相位相反，相互抵消
4. 主动对消：发射与回波相位相反的信号

隐身效果估算：

如果目标 RCS 从  $1 \text{ m}^2$  降到  $0.001 \text{ m}^2$ （降了 1000 倍，即  $-30 \text{ dB}$ ），根据雷达方程：

$$R_{\max, \text{new}} = R_{\max, \text{old}} \cdot (0.001)^{1/4} \approx R_{\max, \text{old}} \cdot 0.178$$

即探测距离下降到原来的 17.8%！这就是隐身技术的威力——不是让雷达完全看不见，而是让“看见”的距离大幅缩短。

### 4.3.7 本节小结

概念	要点
RCS ( $\sigma$ )	目标的电磁可见度，单位 $\text{m}^2$
典型 RCS 范围	隐身战机 $0.001 \text{ m}^2 \sim$ 大型客机 $100 \text{ m}^2$
散射三区域	瑞利区 ( $ka \ll 1$ )、谐振区 ( $ka \approx 1$ )、光学区 ( $ka \gg 1$ )
Swerling 1/2	多个独立散射体，指数分布
Swerling 3/4	一个主散射体+多个小散射体， $\chi^2$ 分布
隐身原理	减小 RCS，使探测距离以 $R_{\max} \propto \sigma^{1/4}$ 缩短

## 第4章核心公式总结

公式	含义	编号
$s_T(t) = \text{rect}(t/T_p) \sin(2\pi f_c t)$	发射信号模型	(4.1)
$R_0 = c\tau_0/2$	由延迟求距离	(4.4)
$S_1 = P_t G / (4\pi R^2)$	目标处功率密度	(4.6)
$P_r = P_t G^2 \lambda^2 \sigma / (4\pi)^3 R^4 L$	基本雷达方程	(4.13)
$N = kTB_n F_n$	噪声功率	(4.14)
$\text{SNR} = P_r / N$	信噪比	(4.15)
$R_{\max} = [\dots]^{1/4}$	最大探测距离	(4.16)
$\sigma = 4\pi R^2  E_s ^2 /  E_i ^2$	RCS 定义	(4.17)

## 本章学习要点

---

1. 雷达信号模型：发射=脉冲×载波，接收=延迟+衰减+噪声
  2. 雷达方程（全书最重要）： $R_{\max}$  由  $P_t, G, \lambda, \sigma, SNR_{\min}, T, B_n, F_n, L$  共同决定
  3. 四次方规律：距离翻倍，接收功率下降到 1/16，所以要大幅增加功率才能看到更远
  4. 天线增益最关键： $R_{\max} \propto G^{1/2}$ （比功率的  $P_t^{1/4}$  更有效）
  5. 脉冲积累：积累  $M$  个脉冲，SNR 提升  $M$  倍
  6. Swerling 模型：描述 RCS 起伏，影响检测概率
- 

## 本章计算练习题

---

### 题1：雷达接收功率计算

一部雷达发射功率  $P_t = 100 \text{ kW}$ ，发射天线增益  $G = 30 \text{ dB}$ ，目标 RCS  $\sigma = 1 \text{ m}^2$ ，目标距离  $R = 50 \text{ km}$ ，雷达波长  $\lambda = 0.1 \text{ m}$ ，系统损耗  $L = 2 \text{ dB}$ 。计算接收到的回波功率  $P_r$ 。

► [点击查看解答](#)

### 题2：最大探测距离

条件同题1，已知接收机噪声系数  $F_n = 3 \text{ dB}$ ，噪声带宽  $B_n = 1 \text{ MHz}$ ，系统温度  $T = 290 \text{ K}$ ，最小可检测 SNR 为  $13 \text{ dB}$ 。计算最大探测距离  $R_{\max}$ 。

► [点击查看解答](#)

### 题3：脉冲积累对 SNR 的提升

条件同题1，如果对  $M = 16$  个脉冲做相参积累，问：（1）SNR 提升多少 dB？（2）新 SNR 下的最大探测距离是多少？

► [点击查看解答](#)

### 题4：RCS 与隐身

一架战斗机 RCS 为  $5 \text{ m}^2$ ，经过隐身设计后 RCS 降为  $0.1 \text{ m}^2$ 。问：(1) 回波功率降低了多少 dB？(2) 在其他条件不变时，最大探测距离变为原来的多少？

► [点击查看解答](#)

---

**预习提示：** 下一章我们将学习如何通过设计特殊的发射波形（如线性调频信号）来同时实现远距离探测和高距离分辨率——这就是 **脉冲压缩** 技术。

---

## 第5章 雷达波形与脉冲压缩

### 本章导航

节号	内容	难度
5.1	匹配滤波器	★★★★☆
5.2	模糊函数	★★★★☆
5.3	脉冲压缩	★★★★☆☆
5.4	线性调频信号 (LFM)	★★★★★★
5.5	距离分辨率	★★★★☆☆

### 5.1 匹配滤波器

#### 5.1.1 从“听诊器”理解匹配滤波器

生活例子：医生用听诊器听心跳时，听诊器专门针对心跳声的频率范围做了优化——它“匹配”了心跳声的特征。同样，如果你在嘈杂的房间里听一个特定的歌曲，你的大脑会自动地“匹配”这首歌的旋律，即使周围很吵也能听出来。

匹配滤波器 (Matched Filter) 在雷达中扮演了类似的角色——它是一个专门针对已知发射信号设计的滤波器，能在噪声中最大化输出信噪比 (SNR)，让雷达尽可能精确地检测到回波信号。

#### 5.1.2 匹配滤波器的数学定义

给定发射信号  $s(t)$ ，匹配滤波器的冲激响应是：

$$h(t) = K \cdot s(t_0 - t)$$

在频域中：

$$H(f) = K \cdot S^*(f) e^{-j2\pi f t_0}$$

公式5.1-5.2符号说明：

- $h(t)$ ：匹配滤波器的冲激响应
- $H(f)$ ：匹配滤波器的频率响应
- $s(t)$ ：发射信号（已知的参考信号）
- $S(f)$ ：发射信号的频谱（傅里叶变换）
- $S^*(f)$ ： $S(f)$  的复共轭
- $t_0$ ：输出达到最大信噪比的时刻，通常取脉冲结束时刻
- $K$ ：常数增益因子，不影响SNR

直观理解：匹配滤波器的冲激响应是发射信号的时间反转 + 共轭 + 移位。这意味着滤波器会“等待”信号到达，然后和信号“对齐”，产生最大的响应。

### 5.1.3 为什么匹配滤波器能使 SNR 最大？

数学推导（感兴趣的可以仔细读，跳过不影响理解后续内容）：

接收信号由两部分组成： $y_{in}(t) = s(t) + n(t)$ ，其中  $n(t)$  是白噪声（功率谱密度  $N_0/2$ ）。

经过滤波器  $h(t)$  后，输出为：

$$y_{out}(t) = y_{in}(t) * h(t) = s(t) * h(t) + n(t) * h(t) = y_s(t) + n_{out}(t)$$

在  $t = t_0$  时刻，输出信噪比为：

$$SNR = \frac{|y_s(t_0)|^2}{E[|n_{out}(t)|^2]}$$

利用施瓦兹不等式可以证明，当  $h(t) = K \cdot s(t_0 - t)$  时，SNR 取得最大值：

$$SNR_{max} = \frac{2E}{N_0}$$

公式5.3符号说明：

- $SNR_{max}$ ：最大输出信噪比，无量纲
- $E = \int |s(t)|^2 dt$ ：信号能量，J（焦耳）
- $N_0$ ：输入白噪声的功率谱密度，W/Hz

结论很简单：匹配滤波器输出的最大信噪比只取决于信号能量和噪声谱密度，与信号的具体形状无关！你发什么”形状”的脉冲，就用什么”形状”的匹配滤波器。

### 5.1.4 匹配滤波器的输出

当输入信号  $s(t)$  通过匹配滤波器  $h(t)$  后，输出是信号的自相关函数：

$$y_s(t) = s(t) * h(t) = K \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) s^*(\tau - (t - t_0)) d\tau = K \cdot R_{ss}(t - t_0)$$

公式5.4符号说明：

- $y_s(t)$ ：匹配滤波器输出
- $R_{ss}(\cdot)$ ：信号的自相关函数
- $*$  表示卷积运算

关键点：匹配滤波器的输出就是发射信号的自相关函数。自相关函数在零延迟处 ( $\tau = 0$ ) 取最大值——这就是为什么  $t_0$  时刻输出最大。

### 5.1.5 一个例子：矩形脉冲的匹配滤波

假设发射信号是一个简单的矩形脉冲：

$$s(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T_p \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

匹配滤波器：

$$h(t) = s(T_p - t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T_p \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

输出是一个三角形脉冲：

$$y_s(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t \leq T_p \\ 2T_p - t, & T_p \leq t \leq 2T_p \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

物理意义：输出峰值出现在  $t = T_p$  时刻，峰值幅度为  $T_p$ ，信噪比最大。

### 5.1.6 匹配滤波器的数字实现

在实际系统中，匹配滤波器有两种实现方式：

1. 时域卷积（适用于短脉冲）：

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} x[k] \cdot h[n-k]$$

直接计算，复杂度  $O(N^2)$ 。

2. 频域相乘（适用于长脉冲）：

```

FFT(x) → X(f)
FFT(h) → H(f)
Y(f) = X(f) · H(f)
IFFT(Y) → y(t)
    
```

复杂度  $O(N \log N)$ ，比时域卷积快得多。

### 5.1.7 多普勒失配对匹配滤波器的影响

如果目标运动，回波信号除了时间延迟外，还带有多普勒频移  $f_d$ ：

$$s'(t) = s(t) e^{j2\pi f_d t}$$

此时匹配滤波器的输出为：

$$y(t; f_d) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) e^{j2\pi f_d \tau} s^*(\tau - (t - t_0)) d\tau$$

结论：如果  $f_d$  很大，匹配滤波器的输出峰值会下降，这意味着运动目标可能导致检测性能下降。这就是为什么我们需要在慢时间维做多普勒滤波（补偿）。

### 5.1.8 本节小结

概念	要点
匹配滤波器	最大化输出SNR的最优滤波器
冲激响应	$h(t) = K \cdot s(t_0 - t)$ ，信号的时间反转
最大SNR	$SNR_{\max} = 2E/N_0$ ，只取决于信号能量
输出	信号的自相关函数
实现	时域卷积（短脉冲）或频域相乘（长脉冲）
多普勒失配	运动目标导致输出峰值下降

## 5.2 模糊函数

### 5.2.1 从”近视眼看视力表”理解模糊函数

生活例子：你去测视力，医生让你看视力表上的”C”字（缺口方向）。如果你的近视度数不高，你能清楚分辨缺口的朝向——这是”高分辨率”。但如果度数很高，你看到的只是一团模糊的圆环——缺口在哪里完全分辨不出来。

雷达也有类似的问题：如果两个目标靠得很近，雷达能分辨出是两个独立目标吗？如果两个目标速度很接近，雷达能区分它们的多普勒频率吗？

模糊函数（Ambiguity Function）就是回答这些问题的数学工具。它描述了雷达波形在距离（时延）和速度（多普勒）两个维度上的分辨能力。

### 5.2.2 模糊函数的定义

模糊函数定义为匹配滤波器输出（经适当归一化）的平方幅度：

$$|\chi(\tau, f_d)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} s(t) s^*(t + \tau) e^{j2\pi f_d t} dt \right|^2$$

公式5.5符号说明：

- $\chi(\tau, f_d)$ ：模糊函数（复数值）
- $\tau$ ：时延差（对应目标间的距离差），s
- $f_d$ ：多普勒频率差（对应目标间的速度差），Hz
- $s(t)$ ：发射信号的复包络
- $s^*(t)$ ：复共轭

通俗理解：模糊函数描述了当真实目标在（ $\tau = 0, f_d = 0$ ）时，雷达”认为”目标也可能在（ $\tau, f_d$ ）处的”模糊程度”。

### 5.2.3 模糊函数的性质

1. 原点最大值： $|\chi(0, 0)|^2 = E^2$ （E 为信号能量），模糊函数在原点的值最大
2. 体积不变性： $\iint |\chi(\tau, f_d)|^2 d\tau df_d = E^2$ ，模糊函数曲线下的体积是常数
3. 对称性： $|\chi(-\tau, -f_d)| = |\chi(\tau, f_d)|$
4. 零多普勒切片： $|\chi(\tau, 0)|$  反映了距离分辨能力

5. 零时延切片：  $|\chi(0, f_d)|$  反映了速度（多普勒）分辨能力

### 5.2.4 理想模糊函数：“图钉形”

理想的模糊函数形状是图钉形（Thumbtack）：

- 在零点处有一个非常尖锐的峰值（高分辨率）
- 其他地方非常平坦且接近零（无模糊、低旁瓣）

图钉形的含义：

特性	要求	理想值
距离分辨率	零多普勒切片的主瓣宽度	$\rightarrow 0$
多普勒分辨率	零时延切片的主瓣宽度	$\rightarrow 0$
距离模糊	时延轴上的旁瓣	$\rightarrow 0$
多普勒模糊	频率轴上的旁瓣	$\rightarrow 0$
总体积	曲线下的面积	常数（不可改变）

但是，由于体积不变性，你不能同时让所有旁瓣都为零。这是雷达波形设计的根本约束——“不确定性原理”：总能量是固定的，你必须在分辨率、旁瓣水平之间做权衡。

### 5.2.5 简单脉冲的模糊函数

对于宽度为  $T_p$  的简单矩形脉冲，其模糊函数为：

$$|\chi(\tau, f_d)| = \left| \left( 1 - \frac{|\tau|}{T_p} \right) \frac{\sin \left[ \pi f_d (T_p - |\tau|) \right]}{\pi f_d (T_p - |\tau|)} \right|, \quad |\tau| \leq T_p$$

零多普勒切片（ $\tau$ 轴，对应距离）：

$$|\chi(\tau, 0)| = 1 - \frac{|\tau|}{T_p}, \quad |\tau| \leq T_p$$

这是一个三角形。其3dB宽度（即半功率宽度）决定了距离分辨率： $\tau_{3dB} \approx T_p$ ，所以  $\Delta R = c \cdot T_p / 2$ 。脉宽越宽，距离分辨率越差！

零时延切片（ $f_d$ 轴，对应多普勒/速度）：

$$|\chi(0, f_d)| = \left| \frac{\sin(\pi f_d T_p)}{\pi f_d T_p} \right|$$

这是一个 sinc 函数。其3dB宽度决定了多普勒分辨率： $f_{d,3dB} \approx 1/T_p$ 。脉宽越宽，多普勒分辨率越好！

简单脉冲的矛盾：

参数	宽脉冲	窄脉冲
距离分辨率	差 ( $\Delta R$ 大)	好 ( $\Delta R$ 小)
多普勒分辨率	好 ( $\Delta f_d$ 小)	差 ( $\Delta f_d$ 大)
探测距离	远 (平均功率高)	近 (峰值功率受限)

这就是矛盾所在：宽脉冲有利于探测远距离目标和高多普勒分辨率，但损失了距离分辨率。反之亦然。如何同时得到远距离和高距离分辨率？答案就是 **脉冲压缩**。

### 5.2.6 本节小结

概念	要点
模糊函数	描述雷达在距离-多普勒二维的分辨能力
理想形状	图钉形——尖锐峰值 + 平坦旁瓣
体积不变性	能量固定，分辨率与旁瓣需权衡
简单脉冲矛盾	宽脉冲→远距离但差分辨率，窄脉冲→近距离但高分辨率

## 5.3 脉冲压缩

### 5.3.1 为什么需要脉冲压缩？

核心矛盾回顾：

从上节我们知道，简单脉冲有两个相互矛盾的指标：

$$\text{最大探测距离} \propto T_p \quad (\text{脉宽越大, 能量越大, 看得越远})$$

$$\text{距离分辨率} \propto \frac{1}{T_p} \quad (\text{脉宽越大, 分辨率越差})$$

生活例子：假设你要在远处敲钟。用力敲一次（宽脉冲），声音大传得远，但你听不出这一声是来自一口钟还是两口紧挨着的钟——因为声音太长，重叠了。轻敲一下（窄脉冲），你能分辨出两口钟，但声音太小传不远。

脉冲压缩 就是解决这个矛盾的技术：发射宽脉冲（远距离），通过特殊设计让宽脉冲内部携带“变化”（如频率变化），接收后用一个匹配滤波器把宽脉冲“压缩”成窄脉冲（高分

分辨率)。

核心思想：

- 发射时：用宽脉冲获得大能量（看得远）
- 接收后：用匹配滤波器把脉宽压缩（分辨率高）
- 关键条件：时宽带宽积  $BT \gg 1$

### 5.3.2 脉冲压缩比

脉冲压缩的效果用 压缩比 来衡量：

$$\text{压缩比} = \frac{\text{输入脉宽}}{\text{输出脉宽}} = \frac{T_p}{\tau_{\text{out}}} = B \cdot T_p$$

公式5.6符号说明：

- $T_p$ ：发射脉冲宽度（输入/发射时的宽度），s
- $\tau_{\text{out}}$ ：压缩后的脉冲宽度（输出/接收后的宽度），s
- $B$ ：信号带宽，Hz
- $B \cdot T_p$ ：时宽带宽积（Time-Bandwidth Product），无量纲

举例：发射脉宽  $T_p = 100 \mu\text{s}$ ，信号带宽  $B = 10 \text{ MHz}$ ，则：

- 压缩比  $= BT_p = 10^7 \times 10^{-4} = 1000$
- 输出脉宽  $\tau_{\text{out}} = 100 \mu\text{s} / 1000 = 0.1 \mu\text{s}$
- 距离分辨率  $\Delta R = c \cdot \tau_{\text{out}} / 2 = 3 \times 10^8 \times 10^{-7} / 2 = 15 \text{ m}$

相当于：用  $100 \mu\text{s}$  的宽脉冲发射（能量大，看得远），得到了  $0.1 \mu\text{s}$  脉冲的分辨率（15米，高分辨率）。效果相当于把脉冲压缩了 1000 倍！

### 5.3.3 匹配滤波器实现脉冲压缩

脉冲压缩正是通过匹配滤波器来实现的。回顾第5.1节：

1. 发射一个大时宽带宽积的调制信号（如 LFM）
2. 接收端使用匹配滤波器（匹配发射信号的特性）
3. 输出是信号的自相关函数——是一个被压缩成窄脉冲的信号

脉冲压缩的过程：

发射：宽脉冲  $s(t)$  （脉宽  $T_p$ ，带宽  $B$ ）

↓

传输：遇到目标，回波  $s(t - \tau)$

↓

接收：经过匹配滤波器  $h(t) = K \cdot s(t_0 - t)$

↓

输出：自相关函数  $R_{ss}(t - t_0)$  （脉宽  $1/B$ ，窄脉冲！）

### 5.3.4 为什么要大时宽带宽积？

回忆简单矩形脉冲：

- 时宽 =  $T_p$
- 带宽  $\approx 1/T_p$
- 时宽带宽积  $BT_p \approx 1$ ，无法压缩

要使匹配滤波器能压缩脉冲，需要信号内部有”变化”（调制），使得 时宽带宽积  $BT_p \gg 1$ 。

信号类型	时宽 $T_p$	带宽 $B$	$BT_p$	可压缩？
简单矩形脉冲	10 $\mu s$	$\sim 0.1$ MHz	$\sim 1$	否
线性调频 (LFM)	100 $\mu s$	10 MHz	1000	是 (压缩比1000)
相位编码	100 $\mu s$	10 MHz	1000	是 (压缩比1000)

### 5.3.5 脉冲压缩的两种实现方式

方式一：时域卷积（匹配滤波）

$$y(t) = s_r(t) * h(t) = \int s_r(u) h(t-u) du$$

- 适合脉冲长度较短的情况
- 计算量  $O(N^2)$

方式二：频域相乘（FFT方法）

$s_r(t) \rightarrow \text{FFT} \rightarrow S_r(f)$

$h(t) \rightarrow \text{FFT} \rightarrow H(f)$

$Y(f) = S_r(f) \cdot H(f) \rightarrow \text{IFFT} \rightarrow y(t)$

- 适合脉冲长度较长的情况
- 计算量  $O(N \log N)$ ，快得多

### 5.3.6 脉冲压缩的旁瓣问题

匹配滤波器的输出是自相关函数，对于 LFM 信号，输出近似为 sinc 函数。sinc 函数的第一旁瓣仅比主瓣低约 13 dB——这意味着强目标旁边的弱目标可能被旁瓣淹没。

解决方法：加窗（加权）

在匹配滤波前对信号加窗（如汉明窗、汉宁窗、布莱克曼窗等），可以压制旁瓣：

窗函数	第一旁瓣	主瓣展宽	SNR损失
矩形（不加窗）	-13 dB	1.0×	0 dB
汉明窗（Hamming）	-43 dB	1.5×	~1.4 dB
汉宁窗（Hanning）	-32 dB	1.6×	~1.8 dB
布莱克曼窗（Blackman）	-58 dB	1.9×	~2.4 dB

权衡： 加窗降低了旁瓣，但主瓣展宽（分辨率下降）且SNR有损失。

### 5.3.7 本节小结

概念	要点
脉冲压缩动机	解决”远距离”与”高分辨率”的矛盾
核心条件	时宽带宽积 $BT_p \gg 1$
压缩比	$BT_p$ ，可达到数百到数千倍
实现方式	匹配滤波（时域卷积或频域相乘）
旁瓣抑制	加窗处理，但会损失分辨率和SNR

## 5.4 线性调频信号（LFM）

### 5.4.1 什么是线性调频信号？

生活例子： 想象一个口哨，你吹的时候音调从低到高连续变化（像警笛声）。这就是频率随时间线性变化的信号——这就是线性调频（LFM, Linear Frequency Modulation）信号，也叫 Chirp 信号。

LFM 是脉冲压缩中最常用的波形。它的核心思想是：在宽脉冲内让频率线性变化，这样不同的时间片段对应不同的频率，从而”标记”了脉冲内部的时间信息。

### 5.4.2 LFM 信号的数学表达式

LFM 信号的复数表达式为：

$$s(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_p}\right) \cdot \exp(j\pi Kt^2)$$

其中调频斜率  $K$  定义为：

$$K = \frac{B}{T_p}$$

公式5.7-5.8符号说明：


- $s(t)$ ：LFM 信号的复包络
- $\text{rect}(t/T_p)$ ：矩形脉冲，宽度  $T_p$
- $\exp(j\pi Kt^2)$ ：二次相位项，产生线性调频
- $K$ ：调频斜率，单位 Hz/s
- $B$ ：信号带宽，Hz
- $T_p$ ：脉冲宽度，s

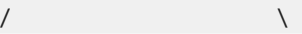
信号的瞬时频率：

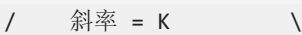
$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} [\pi Kt^2] = Kt = \frac{B}{T_p} t$$

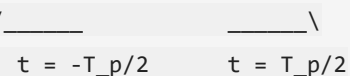
直观理解：在脉冲开始时 ( $t = -T_p/2$ )，瞬时频率为  $-B/2$ ；在脉冲结束时 ( $t = T_p/2$ )，瞬时频率为  $B/2$ 。频率在整个脉冲宽度内线性地从低频扫到高频，扫过的总范围是  $B$ 。

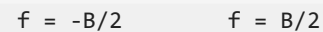
### 5.4.3 LFM 信号的波形特征

幅度：  (矩形包络)

频率：  (线性变化)

 斜率 =  $K$

  $t = -T_p/2$        $t = T_p/2$

  $f = -B/2$        $f = B/2$

时域波形：

- 幅度恒定（矩形包络）
- 频率线性变化（从低频到高频，或从高频到低频）
- 相位是时间的二次函数  $\phi(t) = \pi Kt^2$

频域波形（大  $BT_p$  时）：

- 幅度谱近似为矩形，范围在  $[-B/2, B/2]$
- 相位谱近似为二次函数
- 当  $BT_p \geq 100$  时，幅度谱非常接近矩形

#### 5.4.4 LFM 信号的匹配滤波输出

LFM 信号通过匹配滤波器后的输出为：

$$y(t) \approx \sqrt{BT_p} \cdot \frac{\sin(\pi Bt)}{\pi Bt} = \sqrt{BT_p} \cdot \text{sinc}(Bt)$$

公式5.10符号说明：

- $y(t)$ ：匹配滤波器输出幅度
- $\sqrt{BT_p}$ ：压缩后的峰值幅度增益（相比输入）
- $\text{sinc}(Bt)$ ：sinc 函数形状，主瓣宽度约  $1/B$

关键结论：

1. 幅度增益：输出峰值幅度是输入的  $\sqrt{BT_p}$  倍（功率增益为  $BT_p$  倍）
2. 脉冲压缩：输出脉宽约  $1/B$ ，比输入脉宽  $T_p$  缩小了  $BT_p$  倍
3. 第一旁瓣：约 -13 dB（相对主瓣）

#### 5.4.5 LFM 信号的模糊函数

LFM 信号的模糊函数有一个重要特征——距离-多普勒耦合：

$$|\chi(\tau, f_d)| \approx \left| \left(1 - \frac{|\tau|}{T_p}\right) \frac{\sin\left[\pi(B\tau - f_d T_p)\left(1 - \frac{|\tau|}{T_p}\right)\right]}{\pi(B\tau - f_d T_p)\left(1 - \frac{|\tau|}{T_p}\right)} \right|$$

表现为：模糊函数的峰值沿着  $\tau = f_d/K$  的斜线延伸，而不是在原点处垂直/水平对称。

这意味着：

- 如果目标有速度（多普勒偏移  $f_d$ ），匹配滤波器的输出峰值会发生时间偏移  $\Delta\tau = f_d/K$
- 这会导致距离测量误差：把运动目标的距离测偏了  $\Delta R = c \cdot f_d / (2K)$

**距离-多普勒耦合的物理理解：** 因为 LFM 信号的频率随时间变化，多普勒频移使回波的频率发生偏移，匹配滤波器”误以为”这个频移是来自于某个时间点的信号，从而产生了时间（距离）偏移。

如何消除？

- 上/下扫频联合处理（发射两个方向的 LFM，取平均）
- 先做多普勒补偿再做脉冲压缩

### 5.4.6 LFM 信号参数设计实例

**例题：** 设计一个 LFM 脉冲压缩雷达，要求：

- 距离分辨率  $\Delta R \leq 1.5 \text{ m}$
- 最大探测距离  $R_{\max} \geq 150 \text{ km}$

设计步骤：

步骤1：确定带宽

$$\Delta R = \frac{c}{2B} \Rightarrow B = \frac{c}{2\Delta R} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 1.5} = 100 \text{ MHz}$$

步骤2：确定脉宽

为了看到 150 km 的目标，脉冲能量要够大。假设发射峰值功率为 1 MW：

$$E = P_t \cdot T_p = 10^6 \cdot T_p$$

如果接收灵敏度要求  $SNR_{\min} = 13 \text{ dB}$ ，利用雷达方程算出需要的脉冲能量，反推  $T_p$ 。

假设算出来需要的脉宽为 100  $\mu\text{s}$ ：

步骤3：计算压缩比

$$\text{压缩比} = B \cdot T_p = 100 \times 10^6 \times 100 \times 10^{-6} = 10000$$

**结论：** 发射 100  $\mu\text{s}$  的宽脉冲（能量大，看得远），经过脉冲压缩后等效于 0.01  $\mu\text{s}$  的窄脉冲（ $\Delta R = 1.5 \text{ m}$ ，分辨率高）。压缩比达到 10000 倍！

参数	值
脉冲宽度 $T_p$	100 $\mu\text{s}$
信号带宽 $B$	100 MHz
调频斜率 $K$	$10^{12} \text{ Hz/s}$
压缩比 $BT_p$	10000
距离分辨率 $\Delta R$	1.5 m

### 5.4.7 LFM 信号的脉冲压缩性能

时宽带宽积 $BT_p$	压缩比	SNR 增益 (dB)	距离分辨率
10	10	10 dB	$c/(2B)$
100	100	20 dB	$c/(2B)$
1000	1000	30 dB	$c/(2B)$
10000	10000	40 dB	$c/(2B)$

注意：距离分辨率只取决于带宽  $B$ ，与脉宽  $T_p$  无关！这就是脉冲压缩的解耦效果——用宽脉冲获得大能量，用大带宽获得高分辨率。

### 5.4.8 LFM 的变体：非线性调频 (NLFM)

LFM 的一个缺点是旁瓣较高 (-13 dB)。为了解决这个问题，可以设计非线性调频 (NLFM) 信号，让调频斜率不是常数，而是按照特定函数变化。

NLFM 的优点：

- 不需要加窗就能获得低旁瓣（避免加窗导致的 SNR 损失）
- 旁瓣可以做到 -40 dB 以下

NLFM 的缺点：

- 对多普勒频率更敏感（运动目标性能下降明显）
- 产生和处理的复杂度稍高

### 5.4.9 本节小结

概念	要点
LFM 定义	频率随时间线性变化, $f_i(t) = Kt$
数学形式	$s(t) = \text{rect}(t/T_p) \cdot \exp(j\pi Kt^2)$
关键参数	带宽 $B$ 、脉宽 $T_p$ 、调频斜率 $K = B/T_p$
压缩输出	$\text{sinc}(Bt)$ 函数, 脉宽 $1/B$
距离-多普勒耦合	运动目标会导致距离测量偏差
NLFM	非线性调频, 低旁瓣, 但对多普勒更敏感

## 5.5 距离分辨率

### 5.5.1 什么是距离分辨率？

生活例子：你用两只笔在纸上画两条平行线。如果两条线靠得很近（比如 0.1 mm），你用肉眼就无法区分它们是两条线——你看到的就是一条粗线。只有当距离超过某个阈值，你才能看出是两条线。

雷达的距离分辨率就是雷达能把两个相邻目标区分开的最小距离。如果两个目标之间的距离小于分辨率，雷达就会把它们“看成”一个目标。

### 5.5.2 距离分辨率的公式

脉冲压缩雷达的距离分辨率由信号带宽决定：

$$\Delta R = \frac{c}{2B}$$

公式5.11符号说明：

- $\Delta R$ : 距离分辨率, m
- $c$ : 光速,  $3 \times 10^8$  m/s
- $B$ : 信号带宽, Hz

对于未经脉冲压缩的简单脉冲：

$$\Delta R = \frac{cT_p}{2}$$

公式5.12符号说明：

- $T_p$ : 脉冲宽度, s

### 5.5.3 为什么带宽决定分辨率？

从匹配滤波器的输出我们知道，压缩后的脉冲形状是  $\text{sinc}(Bt)$ 。两个相距  $\Delta\tau$  的目标的回波经过匹配滤波后，在时间轴上会产生两个  $\text{sinc}$  峰。要区分这两个峰，需要满足 Rayleigh 准则：一个峰的主瓣峰值落在另一个峰的第一零点位置。

第一零点在  $t = \pm 1/B$  处，所以时间分辨率为  $1/B$ ，对应距离：

$$\Delta R = \frac{c}{2} \cdot \frac{1}{B} = \frac{c}{2B}$$

直观理解：带宽越大，信号在频域覆盖的范围越宽，压缩后的脉冲就越窄（sinc 函数主瓣更窄），两个目标就越容易区分。

### 5.5.4 典型分辨率数值

带宽 $B$	距离分辨率 $\Delta R$	典型应用
1 MHz	150 m	远程警戒雷达
10 MHz	15 m	中程监视雷达
50 MHz	3 m	火控雷达
100 MHz	1.5 m	高分辨雷达
500 MHz	0.3 m	成像雷达 (SAR)
1 GHz	0.15 m	超高分辨雷达
10 GHz	0.015 m (1.5 cm)	毫米波雷达

### 5.5.5 提高距离分辨率的途径

提高距离分辨率只有一个途径：增加信号带宽。

方法	实现方式	典型带宽
短脉冲	直接发射窄脉冲	受限于峰值功率
LFM 脉冲压缩	线性调频	可达 GHz 级
相位编码	巴克码、M序列	子脉冲带宽
步进频	多个频率脉冲合成大带宽	可达 GHz 级

### 5.5.6 距离分辨率的物理限制

增加带宽会遇到一些现实限制：

1. 频谱资源：无线电频率资源有限，需要申请频段
2. 硬件带宽：发射机、接收机、ADC 都有带宽限制
3. 大气吸收：某些频段（如 60 GHz、120 GHz）大气吸收极强
4. 采样率：ADC 采样率需要至少等于带宽

### 5.5.7 距离分辨率的意义

为什么距离分辨率这么重要？

1. 目标识别：高分辨率可以分辨目标的细节结构（如飞机机翼、发动机）
2. 杂波抑制：窄距离门减少了每个门内的杂波总量
3. 多目标区分：在密集目标环境中区分不同目标
4. 成像：SAR/ISAR 成像的核心就是距离向的高分辨率
5. 精确制导：精确的目标距离信息用于导弹制导

### 5.5.8 本节小结

概念	要点
距离分辨率 $\Delta R$	雷达能区分两个相邻目标的最小距离
决定因素	信号带宽 $B$ , $\Delta R = c/(2B)$
与脉宽解耦	脉冲压缩后, 分辨率与 $T_p$ 无关
物理限制	频谱资源、硬件带宽、大气吸收
意义	目标识别、杂波抑制、成像的基础

## 第5章核心公式总结

公式	含义	编号
$h(t) = K \cdot s(t_0 - t)$	匹配滤波器冲激响应	(5.1)
$SNR_{\max} = 2E/N_0$	最大输出信噪比	(5.3)
$\chi(\tau, f_d)$	模糊函数定义	(5.5)
$BT_p \gg 1$	脉冲压缩条件	(5.6)
压缩比 = $BT_p$	脉冲压缩比	(5.6)
$s(t) = \text{rect}(t/T_p) \cdot e^{j\pi Kt^2}$	LFM信号	(5.7)
$K = B/T_p$	调频斜率	(5.8)
$f_i(t) = Kt$	瞬时频率	(5.9)

公式	含义	编号
$\Delta R = c/(2B)$	距离分辨率	(5.11)

## 本章学习要点

1. 匹配滤波器是最优线性滤波器，最大化输出SNR，其冲激响应是发射信号的时间反转
2. 模糊函数是分析波形分辨能力的工具，“图钉形”是理想形状，但受体积不变性约束
3. 简单脉冲存在根本矛盾：宽脉冲看得远但分辨率低，窄脉分辨率高但看得近
4. 脉冲压缩通过大时宽带宽积信号 ( $BT_p \gg 1$ ) 解耦了”距离”和”分辨率”
5. LFM 信号是最常用的脉冲压缩波形，频率线性变化，压缩输出为 sinc 函数
6. 距离分辨率  $\Delta R = c/(2B)$  只取决于带宽，与脉宽无关
7. 距离-多普勒耦合是 LFM 的固有问题，运动目标的距离测量会偏移

## 本章计算练习题

### 题1：LFM 信号参数

一个 LFM 脉冲信号的脉宽  $T_p = 10 \mu\text{s}$ ，带宽  $B = 5 \text{ MHz}$ ，载频  $f_c = 10 \text{ GHz}$ 。求：(1) 调频斜率  $K$ ；(2) 脉冲压缩比；(3) 压缩后的脉冲宽度。

► 点击查看解答

### 题2：距离分辨率计算

条件同题1，问：(1) 压缩前的距离分辨率是多少？(2) 压缩后的距离分辨率是多少？

► 点击查看解答

### 题3：匹配滤波器输出信噪比

一个矩形脉冲信号能量  $E = 10^{-12} \text{ J}$ ，噪声功率谱密度  $N_0 = 10^{-15} \text{ W/Hz}$ 。求匹配滤波器能获得的最大输出 SNR。

► 点击查看解答

#### 题4: LFM 的距离-多普勒耦合

一个 LFM 雷达发射信号带宽  $B = 10 \text{ MHz}$ ，脉宽  $T_p = 20 \mu\text{s}$ 。一个运动目标的多普勒频移  $f_d = 5 \text{ kHz}$ 。问：距离-多普勒耦合造成的距离测量偏差是多少？

► 点击查看解答

#### 题5: 脉冲压缩的灵敏度问题

一个 LFM 雷达  $T_p = 50 \mu\text{s}$ ， $B = 10 \text{ MHz}$ 。回波的多普勒频移  $f_d = 10 \text{ kHz}$ ，问：不进行多普勒补偿时，脉压输出的峰值损失多少 dB？

► 点击查看解答

#### 全课回顾提示：

- 第1-2章（基础）：信号与系统、傅里叶变换——数学工具
- 第3章（数据采集）：脉冲雷达如何工作，I/Q解调，ADC
- 第4章（信号模型）：雷达方程——系统设计的核心公式
- 第5章（脉冲压缩）：解决了”远距离+高分辨率”的矛盾，是雷达信号处理的精髓

## 第6章 多普勒处理

---

### 6.1 杂波特性

---

#### 6.1.1 什么是杂波？

**生活例子：** 想象你站在一个嘈杂的集市里，想听到朋友在10米外喊你的名字。周围有小吃摊的滋啦声、人群的交谈声、小孩的哭闹声——这些”杂音”让你很难分辨朋友的声音。如果朋友不喊你的名字，而是拍一下手（短促声音），在这种环境里你根本注意不到。

在雷达世界里，杂波（Clutter）就是这些”杂音”。它是雷达接收到的、来自非目标物体的回波。杂波不是噪声，杂波是”不该出现的回波”，而噪声是接收机内部电子运动产生的随机信号。

**正式定义：** 杂波是雷达发射的电磁波照射到非目标物体（地面、建筑、树木、海浪、雨滴等）后产生的回波。这些回波和目标回波在形式上没有本质区别——它们都是电磁波反射造成的——但它们的来源是我们不关心的物体。

**雷达实例：** 一架雷达在机场附近扫描，它的任务是检测空中飞行的无人机。当地面有建筑物、树木、甚至地面车辆时，这些物体都会产生强烈的回波，淹没无人机的微弱回波。如果不处理杂波，雷达屏幕上将全是地面物体的”亮点”，根本看不到无人机。

#### 6.1.2 三大主要杂波类型

##### (1) 地杂波（Ground Clutter）

地杂波来自地面反射。地面上的建筑物、山丘、树木、电线杆都会产生回波。

地杂波的特点是：

- 强度大：距离近的地物回波可能比目标回波强几十分贝（dB）

- 位置固定：地面物体不会移动，所以回波的多普勒频率为零
- 分布集中：集中在雷达附近区域

想象一下，你用手电筒照向远处的小物体，但在物体前面有一堵白墙。白墙反射的光线远远强于小物体的反射光。地杂波就是这堵”白墙”。

## (2) 海杂波 (Sea Clutter)

海杂波来自海面的电磁波反射。这和地杂波不同，因为海面在不断运动。

海杂波的特点：

- 动态变化：海浪在不断运动，所以海杂波有多普勒扩展
- 与海况相关：风平浪静时海杂波弱，大风大浪时海杂波强
- 与极化方式有关：垂直极化 vs 水平极化的海杂波特性差异大

海杂波的速度一般在 5-10 m/s（风速适中时），在沿海或港口环境下，海杂波的多普勒速度通常为 5-50 m/s。

## (3) 气象杂波 (Weather Clutter)

雨、雪、冰雹等气象粒子产生的回波。气象杂波的特点是：

- 体分布：不像地杂波是面分布，气象杂波占据一定体积空间
- 多普勒扩展：风中的雨滴在运动，会产生多普勒频移
- 回波较弱：通常比地杂波弱，但仍可能掩盖目标

气象杂波的多普勒速度范围通常在 30-100 m/s（暴风雨天气），而龙卷风等极端天气可达 >150 m/s。

### 6.1.3 杂波的频谱分布

了解了杂波是什么，接下来看一个更关键的问题：杂波的频谱长什么样？

杂波频谱通常用高斯模型来描述。所谓”高斯”就是钟形曲线，中间高、两边低。

杂波功率谱密度：

$$W(f) = W_0 \exp\left(-\frac{f^2}{2\sigma_c^2}\right) = W_0 \exp\left(-\frac{f^2}{8\sigma_v^2/\lambda^2}\right)$$

其中：

- $W(f)$ ：频率为  $f$  处的杂波功率密度
- $W_0$ ：频谱中心的功率密度（最大值）
- $\sigma_c$ ：杂波频谱的标准差（单位：Hz）

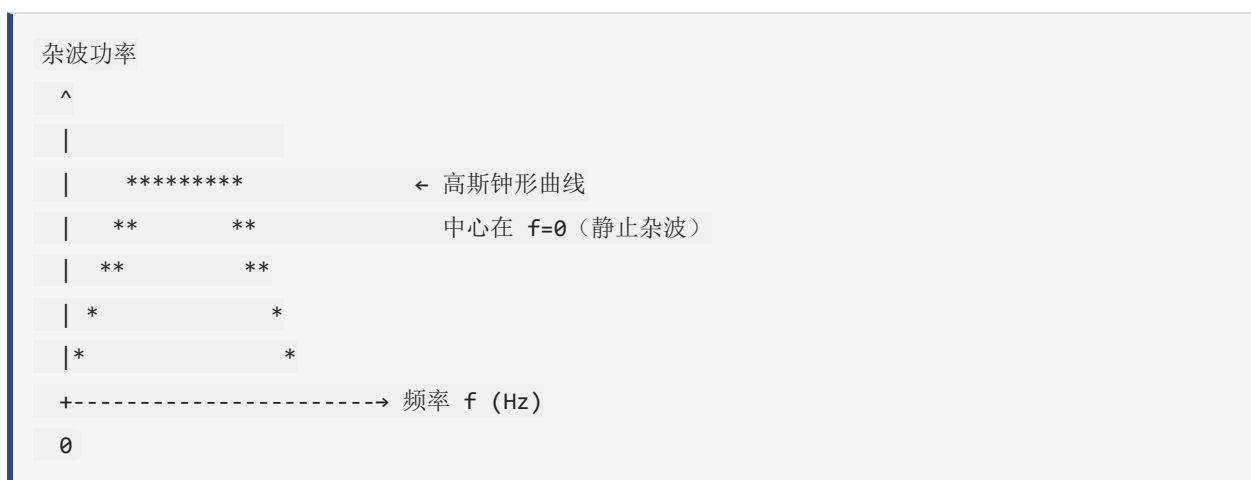
- $\sigma_v$ : 杂波速度的标准差 (单位: m/s), 反映杂波运动的速度散布程度
- $\lambda$ : 雷达工作波长 (单位: m)

**物理意义:** 这个公式告诉我们, 杂波的能量主要集中在一个中心频率附近。对于静止的杂波 (地物), 中心频率就是 0 Hz (多普勒频移为零)。杂波频谱越宽 ( $\sigma_c$  越大), 说明杂波运动越剧烈。

不同杂波的  $\sigma_c$  典型值:

杂波类型	$\sigma_c$ 典型值	物理含义
平静海面	窄	海浪运动缓慢
有风海面	中	海浪有一定速度
树林 (有风)	宽	树叶摆动产生频率扩展
雨杂波	较宽	雨滴下落速度分散

文字版频谱图:



### 6.1.4 杂波对雷达的影响

杂波的存在直接影响了雷达的检测性能。具体来说:

1. 降低可检测性: 杂波回波强度大, 会掩盖目标的微弱回波
2. 产生虚警: 强杂波可能被误认为是目标
3. 限制作用距离: 杂波限制了雷达对低速目标的检测能力

**解决思路:**

- 如果目标是运动的, 而杂波是静止的, 可以利用多普勒频移来区分
- 这就是6.3节要讲的 MTI (动目标显示) 技术

## 6.2 多普勒效应

### 6.2.1 从生活现象说起

你有没有这样的经历：

站在铁路道口等火车经过。远处的火车鸣笛驶来，当它靠近你时，汽笛声听起来尖锐高亢（频率高）；当火车经过你身边并远离时，汽笛声突然变得低沉（频率低）。火车本身的汽笛频率没有变，但你听到的频率在变化。

这就是多普勒效应——波源和观察者之间有相对运动时，观察者接收到的频率会发生变化。

对于声波：火车靠近 → 声波被”压缩” → 频率升高 → 音调变尖

对于电磁波：目标靠近雷达 → 电磁波被”压缩” → 回波频率升高 → 多普勒频移为正

### 6.2.2 多普勒频移公式

核心公式（一定要记住）：

$$f_d = \frac{2v}{\lambda}$$

其中：

- $f_d$ : 多普勒频移（单位：Hz）
- $v$ : 目标的径向速度（单位：m/s），即目标相对于雷达的运动速度在雷达视线方向上的投影
- $\lambda$ : 雷达发射电磁波的波长（单位：m）
- 系数2: 因为电磁波”去程 + 回程”走了两倍的距离

方向判定：

- 目标靠近雷达： $v > 0$ ,  $f_d > 0$ （回波频率升高）
- 目标远离雷达： $v < 0$ ,  $f_d < 0$ （回波频率降低）
- 目标静止（或切向运动）： $v = 0$ ,  $f_d = 0$ （无多普勒频移）

关键洞察：运动目标回波有频移，静止杂波没有！

### 6.2.3 具体算例

假设雷达工作在X波段，波长  $\lambda = 0.03 \text{ m}$ （3 cm），一个无人机以  $v = 50 \text{ m/s}$  的速度靠近雷达：

$$f_d = \frac{2 \times 50}{0.03} = \frac{100}{0.03} \approx 3333 \text{ Hz}$$

这意味着运动目标的回波频率比发射频率高约 3333 Hz。而地面建筑物的回波频率和发射频率相同 ( $f_d = 0$ )。利用这 3333 Hz 的差异，雷达就能把运动目标从静止杂波中区分出来。

再看一个完整的推导过程：

雷达发射信号  $s(t) = A \cos(2\pi f_c t)$ ，其中  $f_c$  是载波频率。

目标在距离  $R_0$  处以径向速度  $v$  运动，则瞬时距离为：

$$R(t) = R_0 + vt$$

回波延迟时间为  $\tau(t) = 2R(t)/c$ ，所以回波信号为：

$$s_r(t) = A_r \cos \left[ 2\pi f_c \left( t - \frac{2R(t)}{c} \right) \right] = A_r \cos \left[ 2\pi f_c t - \frac{4\pi f_c R(t)}{c} \right]$$

代入  $R(t) = R_0 + vt$  和  $\lambda = c/f_c$ ：

$$s_r(t) = A_r \cos \left[ 2\pi f_c t - \frac{4\pi R_0}{\lambda} - \frac{4\pi v}{\lambda} t \right]$$

注意到  $-\frac{4\pi v}{\lambda} t$  这一项相当于让频率改变了  $f_d = \frac{2v}{\lambda}$ 。

小结：运动目标的回波 = 发射信号 + 固定延时产生的相位 + 多普勒频移产生的相位变化。

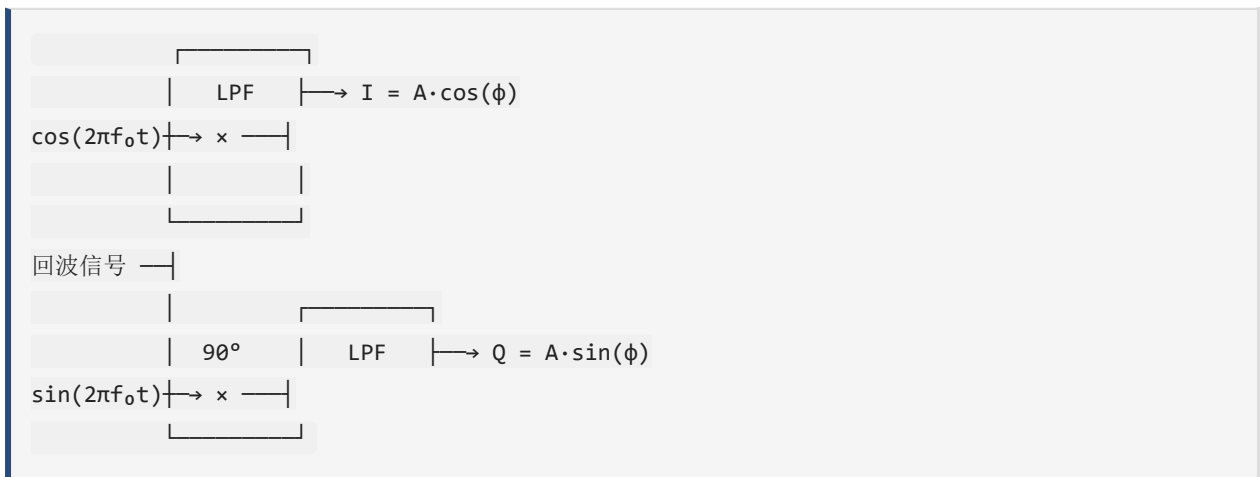
### 6.2.4 正交解调 (IQ 解调)

为了提取多普勒频移信息，雷达需要对回波进行正交解调（也叫 IQ 解调）。这是雷达信号处理中非常关键的一步。

为什么要用 IQ 解调？

简单来说，只用一路信号无法区分正负频率。想象一个钟摆：你看它左右摆动，但看不出它是在顺时针转还是逆时针转。IQ 解调就像是给你两路正交的视角，让你能区分运动方向（靠近 vs 远离）。

IQ 解调的原理框图：



I 路和 Q 路信号组合成复信号  $I + jQ = Ae^{j\phi}$ ，其中相位  $\phi$  包含了目标的距离和多普勒信息。

### 6.2.5 脉冲雷达中的多普勒采样

实际的雷达发射的不是连续波，而是一串脉冲。每个脉冲的回波在特定时刻被采样。

假设脉冲重复周期 (PRI) 为  $T_r$ ，则采样时刻为  $t = nT_r$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ )。

在  $n$  时刻，回波信号的相位为：

$$\phi(n) = 2\pi f_d \cdot nT_r + \phi_0$$

所以 IQ 解调后的复信号序列为：

$$x(n) = Ae^{j(2\pi f_d nT_r + \phi_0)}$$

这其实就是频率为  $f_d$  的复正弦信号。对  $x(n)$  做频谱分析 (FFT)，可以直接提取出多普勒频率  $f_d$ 。

**核心关系：** 雷达发射脉冲串，每个脉冲采一个样值，这些样值沿着”慢时间”轴构成了一个多普勒信号，其频率就是  $f_d$ 。

---

## 6.3 动目标显示 (MTI)

---

### 6.3.1 基本原理

**生活例子：** 想象你坐在一个房间里，透过窗户看外面的景色。如果窗户玻璃上有雨滴，你的视线会变得模糊。但如果你快速眨一下眼睛，雨滴的位置变了，而远处的山基本没变——你的大脑通过”前后对比”过滤掉了近处快速移动的雨滴，看到了远处的静止山景。

MTI 的原理其实就是”前后对比”：比较相邻两个脉冲的回波，如果某个回波位置没有变化（静止杂波），对消掉；如果发生了变化（运动目标），保留下来。

**正式定义：** MTI (Moving Target Indicator, 动目标显示) 是一种利用多普勒效应抑制静止杂波、保留运动目标回波的技术。

### 6.3.2 单延迟对消器

最简单的 MTI 是单延迟对消器，其数学表达式为：

$$y(t) = x(t) - x(t - T)$$

其中：

- $x(t)$ ：当前脉冲的回波信号
- $x(t-T)$ ：上一个脉冲的回波信号 ( $T$  是脉冲重复周期 PRI)
- $y(t)$ ：对消后的输出

工作原理：

- 对静止杂波： $x(t) \approx x(t-T)$ ，所以  $y(t) \approx 0$ ，杂波被抵消
- 对运动目标：两个脉冲之间的相位发生了变化， $x(t) \neq x(t-T)$ ， $y(t) \neq 0$ ，目标被保留

### 6.3.3 频率响应分析

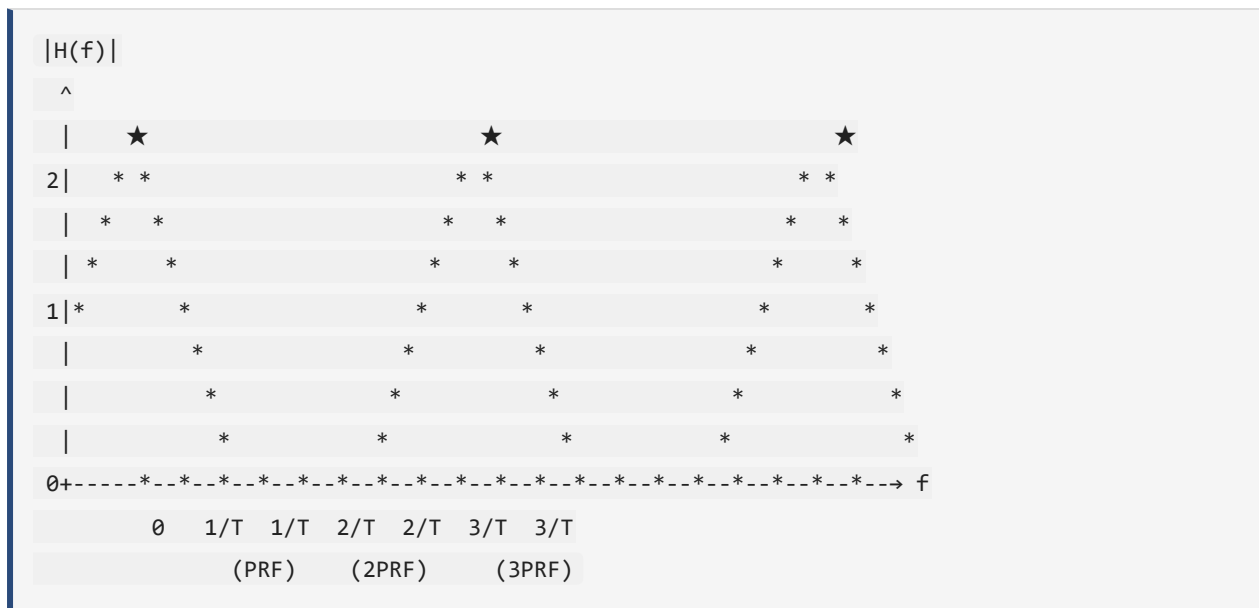
单延迟对消器的传递函数为：

$$H(f) = 1 - e^{-j2\pi fT}$$

其幅频响应（幅度随频率的变化）为：

$$|H(f)| = |1 - e^{-j2\pi fT}| = |2 \sin(\pi fT)|$$

这就是 MTI 的”频率响应”公式。让我们画出来看看它长什么样：



解释这个图：

- 横轴是频率  $f$ ，纵轴是幅度响应  $|H(f)|$
- 当  $f = 0$ （静止杂波）： $|H(0)| = 0$ ，杂波被完全抑制
- 当  $f = n/T = n \cdot PRF$ （PRF 的整数倍）： $|H(f)| = 0$ ，这些频率也被抑制
- 当  $f = (2n + 1)/(2T) = (n + 0.5)PRF$ ： $|H(f)| = 2$ ，最大增益

所以 MTI 本质上是一个高通滤波器（或带阻滤波器）：让运动目标（高频）通过，阻挡静止杂波（低频）。

但有一个严重问题……

### 6.3.4 盲速问题

这是一个非常关键的概念。请仔细看：

当目标的多普勒频率  $f_d = n \cdot PRF$  ( $n$  为整数) 时,  $|H(f_d)| = 0$ , 目标信号也被完全抑制了!

为什么会这样?

回顾多普勒频移公式,  $f_d = 2v/\lambda$ 。当  $f_d = n \cdot PRF$  时:

$$v = \frac{n \cdot \lambda \cdot PRF}{2}$$

这个速度就是盲速。当目标以盲速运动时, 雷达 MTI 看不到它。

物理意义: 想象一下, 目标每两个脉冲之间正好移动了波长的整数倍距离。雷达看去, 回波的相位和没动一样——完美匹配了静止杂波的特征, 被一起对消掉了。

盲速公式:  $v_{blind} = n \cdot \frac{\lambda \cdot PRF}{2}$

解决盲速的方法:

1. 参差 PRF (Staggered PRF): 交替使用不同的 PRF, 让盲速位置改变
2. 多 PRF 技术: 见6.5节

### 6.3.5 双延迟对消器 (三脉冲对消)

单延迟对消器的凹口不够深, 杂波抑制能力有限。为了更好地抑制杂波, 可以用双延迟 (三脉冲) 对消器。

数学表达式:

$$y(t) = x(t) - 2x(t - T) + x(t - 2T)$$

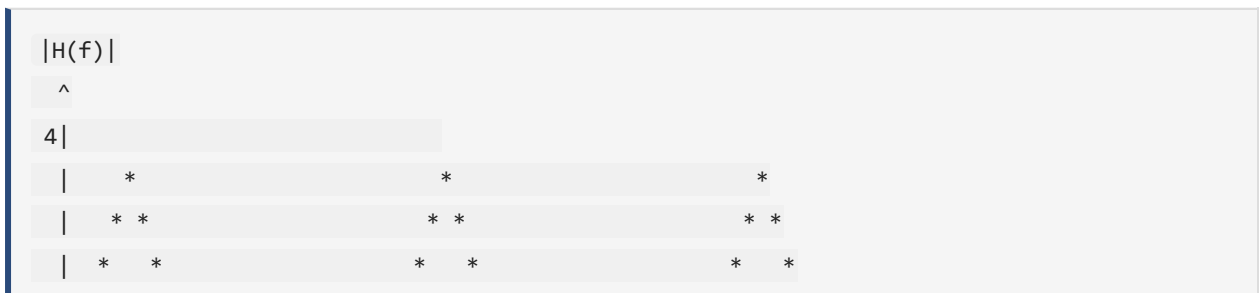
传递函数:

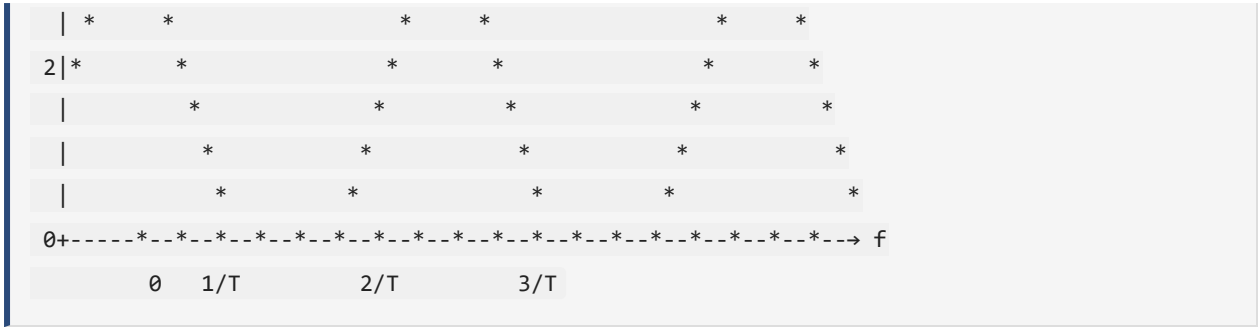
$$H(f) = 1 - 2e^{-j2\pi fT} + e^{-j4\pi fT}$$

幅频响应:

$$|H(f)| = |4 \sin^2(\pi fT)|$$

双延迟对消器的凹口更深、更宽, 杂波抑制效果更好:





对比： 相比单延迟，双延迟在  $f = 0$  附近的凹口更”平坦”，意味着对静止杂波的抑制更强。

### 6.3.6 FIR 滤波器视角

实际上，MTI 对消器可以看作一个 FIR 滤波器（有限脉冲响应滤波器）。

- 单延迟对消器：两个抽头，系数  $[1, -1]$
- 双延迟对消器：三个抽头，系数  $[1, -2, 1]$

更一般地，可以设计任意阶数的 FIR 滤波器的系数，以实现更复杂的频率响应。系数的设计原则是在杂波频率处形成凹口，在目标频率处有增益。

## 6.4 动目标检测 (MTD)

### 6.4.1 从 MTI 到 MTD

MTI 虽然能抑制杂波，但它有一个根本性的局限：它只能区分”运动”和”静止”，但不能告诉我们目标的具体速度。

MTD (Moving Target Detector, 动目标检测) 在 MTI 的基础上更进一步：它不仅抑制杂波，还能测量目标的速度。

核心思想： MTI + FFT 滤波器组 = MTD

### 6.4.2 用 DFT 实现多普勒滤波器组

在6.2.5节我们看到，经过 IQ 解调和脉冲采样后，每个距离单元的回波沿慢时间轴构成了一个复正弦信号  $x(n) = Ae^{j2\pi f_d n T_r}$ 。

对这个序列做 DFT（离散傅里叶变换）：

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi kn/N}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

其中：

- $N$ ：一个处理窗口内的脉冲数
- $k$ ：多普勒通道编号
- $X(k)$ ：第  $k$  个多普勒通道的输出

每个  $k$  值对应一个多普勒滤波器：

每个滤波器中心频率为  $f_k = k \cdot PRF/N$ ，覆盖了一个特定的速度范围。

具体例子：假设  $PRF = 1000$  Hz， $N = 8$ ：

- 滤波器 0：中心频率 0 Hz（覆盖静止杂波）
- 滤波器 1：中心频率 125 Hz
- 滤波器 2：中心频率 250 Hz
- ...
- 滤波器 7：中心频率 875 Hz

每个滤波器的频率宽度（3dB带宽）约为  $PRF/N = 125$  Hz。

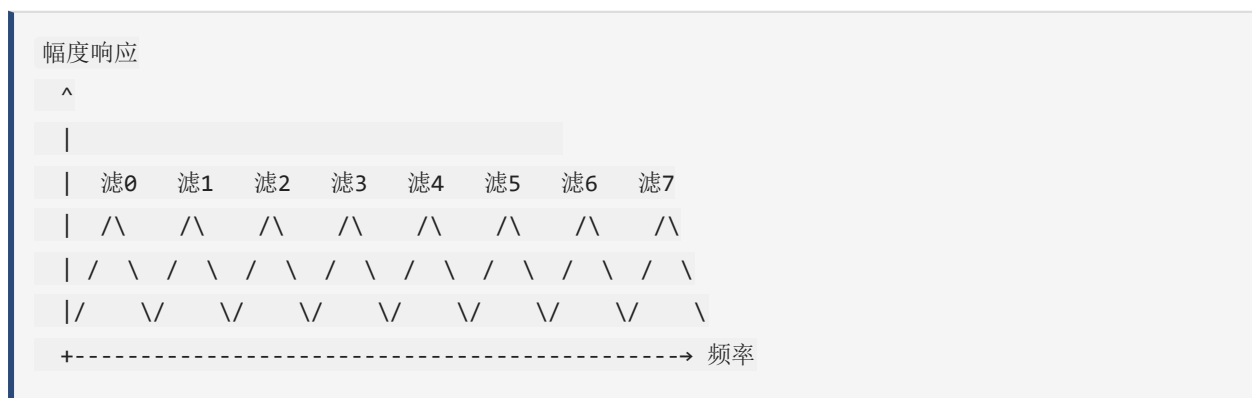
这样，8个滤波器均匀覆盖了从 0 到  $PRF$  的整个频率范围（实际由于 DFT 的对称性，覆盖的是  $-PRF/2$  到  $PRF/2$ ）。

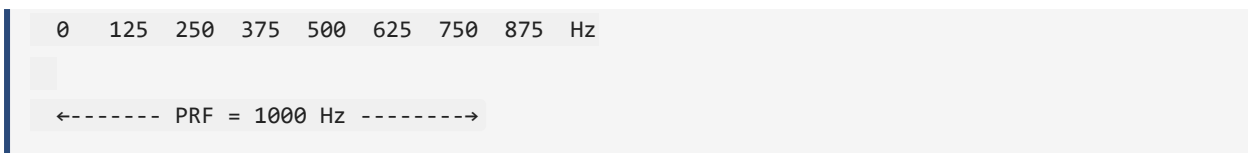
### 6.4.3 MTD 的杂波抑制能力

MTD 比 MTI 的杂波抑制能力更强，原因有二：

1. 更窄的凹口：MTD 只在杂波所在的多普勒通道处抑制，而不像 MTI 把整个低频区域都抑制
2. 速度测量：可以判断目标的速度，有助于后续跟踪和目标识别

文字版 MTD 滤波器组示意图：





- 滤波器 0 覆盖杂波区域（0 Hz附近），这一路的输出通常被丢弃
- 滤波器 1~7 覆盖不同速度的目标

### 6.4.4 加窗处理

直接使用 DFT 存在一个问题：每个滤波器的旁瓣较高（第一旁瓣约  $-13.2$  dB），杂波可能从旁瓣泄漏到其他通道。

解决方法是加窗：在 DFT 之前对数据乘上一个窗函数（如汉明窗、布莱克曼窗等），压低旁瓣。

窗函数	第一旁瓣	主瓣宽度
矩形窗（不加窗）	$-13.2$ dB	$1\times$ （基准）
汉宁窗	$-31$ dB	$2\times$
布莱克曼窗	$-57$ dB	$3\times$

代价：加宽了主瓣宽度，降低了多普勒分辨率。这就是“鱼与熊掌不可兼得”——要压低旁瓣就会损失分辨率。

### 6.4.5 MTD 的工程实现

实际的 MTD 处理器由以下几个步骤组成：



其中：

- MTI 对消（可选）：在 FFT 之前先做一次 MTI 对消，进一步抑制强杂波
- 加窗：降低 FFT 旁瓣
- FFT：用 FFT（快速傅里叶变换）高效实现 DFT
- CFAR 检测：在距离-多普勒平面上做恒虚警检测（详见第7章）

MTD 输出的数据格式：

对于每个距离单元，MTD 输出一个  $N$  点的频谱（ $N$  是 FFT 点数）。所有距离单元的数据合在一起，构成了一个距离-多普勒图（Range-Doppler Map）：

		多普勒通道 (速度)				
		k=0	k=1	k=2	...	k=N-1
距离 1	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	...	[ ]
距离 2	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	...	[ ]
距离 3	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	...	[ ]
...						
距离 M	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	...	[ ]

这个二维矩阵就是 MTD 的输出，其中每个单元的值代表特定距离、特定速度处是否有目标。

## 6.5 解速度模糊

### 6.5.1 问题来源

再看盲速公式：

$$v_{blind} = \frac{\lambda \cdot PRF}{2}$$

如果  $PRF = 1000$  Hz,  $\lambda = 0.03$  m (X波段)：

$$v_{blind} = \frac{0.03 \times 1000}{2} = 15 \text{ m/s}$$

这意味着速度为 15 m/s 的目标就是盲速， $\pm 15$  m/s 范围内的目标都会和静止杂波混在一起。

### 6.5.2 多 PRF 技术

解决模糊的基本思路：用两个不同的 PRF 测量同一个目标，然后利用中国余数定理理解模糊。

具体步骤如下：

1. 用  $PRF_1$  发射脉冲，测得一个模糊的多普勒频率  $f_{d1}$  (范围  $[0, PRF_1)$ )
2. 用  $PRF_2$  发射脉冲，测得另一个模糊的多普勒频率  $f_{d2}$  (范围  $[0, PRF_2)$ )
3. 目标真实的多普勒频率同时满足两个条件：

$$f_d = n_1 \cdot PRF_1 + f_{d1}$$

$$f_d = n_2 \cdot PRF_2 + f_{d2}$$

4. 寻找满足这两个方程的整数  $n_1, n_2$ ，解出真实的  $f_d$

### 6.5.3 具体数值例子（从课件习题中提取）

已知目标在两个 PRF 下的测量结果：

- $PRF_1 = 1200$  Hz, 测得  $f_{d1} = 100$  Hz
- $PRF_2 = 1000$  Hz, 测得  $f_{d2} = 500$  Hz

求解步骤：

第一步：列出方程

$$f_d = 1200n_1 + 100$$

$$f_d = 1000n_2 + 500$$

第二步：联立

$$1200n_1 + 100 = 1000n_2 + 500$$

$$1200n_1 = 1000n_2 + 400$$

$$6n_1 = 5n_2 + 2$$

第三步：寻找整数解

- 尝试  $n_1 = 2$ :  $6 \times 2 = 12 = 5n_2 + 2$ , 解得  $n_2 = 2$

验证：

$$f_d = 1200 \times 2 + 100 = 2500 \text{ Hz}$$

$$f_d = 1000 \times 2 + 500 = 2500 \text{ Hz}$$

确认：实际多普勒频率为  $f_d = 2500$  Hz

其他可能的解（高次模）：

- $n_1 = 7$  时:  $f_d = 1200 \times 7 + 100 = 8500$  Hz
- $n_1 = 12$  时:  $f_d = 1200 \times 12 + 100 = 14500$  Hz

通常选择最小频率解（ $f_d = 2500$  Hz）。

转换成速度：若  $\lambda = 0.03$  m:

$$v = \frac{f_d \cdot \lambda}{2} = \frac{2500 \times 0.03}{2} = 37.5 \text{ m/s}$$

### 6.5.4 PRF 选择的工程考量

选择 PRF 时需要权衡多个因素：

1. 避免盲速：如果 PRF 太低，盲速很低，很多目标速度落入盲速区
2. 避免距离模糊：PRF 太高，远距离目标的回波可能在下一个脉冲发射后才到达，造成距离模糊
3. 解模糊能力：两个 PRF 的比值应选为互质数（如 4:3、5:4 等）

所以 PRF 的选择是雷达设计中一个非常关键的工程问题。

## 本章总结

### 核心要点

1. 杂波是不需要的回波，种类包括地杂波（静止）、海杂波（动态）和气象杂波。杂波的频谱可用高斯模型描述。

2. 多普勒效应是区分运动目标和静止杂波的物理基础：

$$f_d = \frac{2v}{\lambda}$$

运动目标有频移，静止杂波没有。

3. IQ 解调用于提取回波信号的相位信息，从而获得多普勒频移。

4. MTI（动目标显示）通过脉冲对消抑制静止杂波：

- 单延迟对消器： $y(t) = x(t) - x(t - T)$ ，频率响应  $|H(f)| = |2 \sin(\pi f T)|$

- 双延迟对消器：更深的凹口，更好的杂波抑制

- 盲速问题： $v = n \cdot \lambda \cdot PRF / 2$

5. MTD（动目标检测）= MTI + FFT 滤波器组，除了抑制杂波还能测量目标速度，输出距离-多普勒图。

6. 解速度模糊需要用多 PRF 技术，通过中国余数定理消除多普勒模糊。

### 三个公式一定要记住

公式	物理含义
$f_d = 2v/\lambda$	多普勒频移与径向速度的关系
$ H(f)  =  2 \sin(\pi f T) $	单延迟 MTI 的频率响应
$v_{blind} = n \cdot \lambda \cdot PRF / 2$	盲速计算公式

### MTI vs MTD 对比

特性	MTI	MTD
目标	抑制杂波	抑制杂波 + 测速
技术	延迟线对消	FFT 滤波器组
输出	幅度信号	距离-多普勒图
杂波抑制	好	更好
复杂度	低	高

## 本章计算练习题

### 题1：多普勒频移计算

一部 X 波段雷达  $f_c = 10 \text{ GHz}$ ，探测到一架以  $v = 300 \text{ m/s}$  径向速度接近的飞机。求：  
 (1) 多普勒频移  $f_d$ ；(2) 如果飞机以同样速度远离， $f_d$  是多少？

► 点击查看解答

### 题2：盲速计算

一部 L 波段雷达  $f_c = 1.5 \text{ GHz}$ ， $\text{PRF} = 800 \text{ Hz}$ 。求：(1) 第一盲速  $v_{\text{blind}}$ ；(2) 如果目标速度  $v = 150 \text{ m/s}$ ，是否落入盲速区？(3) 如果想使第一盲速大于  $200 \text{ m/s}$ ， $\text{PRF}$  至少取多少？

► 点击查看解答

### 题3：MTI 对消器频率响应

单延迟 MTI 对消器的脉冲重复间隔  $\text{PRI} = 1 \text{ ms}$ 。求：(1) 第一零点位置；(2) 对  $200 \text{ m/s}$  ( $\lambda = 0.1 \text{ m}$ ) 目标的衰减是多少 dB？

► 点击查看解答

### 题4：解速度模糊

用双 PRF 法解速度模糊。 $PRF_1 = 1500$  Hz, 测得  $f_{d1} = 200$  Hz;  $PRF_2 = 1200$  Hz, 测得  $f_{d2} = 800$  Hz。求真实多普勒频率。若  $\lambda = 0.03$  m, 求真实径向速度。

► [点击查看解答](#)

### 题5: MTI 改善因子

一个 MTI 系统的信号平均增益  $G_s = 0$  dB (无增益), 杂波平均抑制  $G_c = -30$  dB。求改善因子  $I$  (dB 值)。

► [点击查看解答](#)

---

---

## 第7章 检测理论与方法

### 7.1 检测基础概念

#### 7.1.1 先讲个故事

你是一个守门员，站在球门线上等待点球。你的任务是判断射门方向，然后扑救。  
这里有四种可能的情况：

实际情况	你的判断	结果
球射向左边	扑向左边	扑出！正确检测
球射向右边	扑向右边	扑出！正确检测
球射向左边	扑向右边	丢球！漏警
没人射门（假动作）	扑向左边	白扑了，但没丢球，虚警

雷达检测目标，和守门员扑点球本质上是一样的——都是在不确定的情况下做二选一的判断。

#### 7.1.2 两个假设

在雷达检测中，永远只有两个“假设”：

- $H_0$ （零假设）：没有目标，接收到的只有噪声
  - 就像守门员面临的“假动作，没人射门”
- $H_1$ （备择假设）：有目标，接收到的信号包含目标回波 + 噪声
  - 就像守门员面临的“球真的射过来了”

### 7.1.3 三种概率

虚警概率  $P_{FA}$  (False Alarm Probability) :

实际上是  $H_0$  (无目标), 但检测器说有目标。

$$P_{FA} = \int_T^{\infty} p(y|H_0) dy$$

其中:

- $T$ : 检测门限 (threshold)
- $p(y|H_0)$ : 无目标时接收信号的概率密度函数 (PDF)
- $P_{FA}$ : 虚警概率 = 噪声超过门限的概率

物理意义: 100次扫描中, 如果雷达平均”误报”1次目标, 那么  $P_{FA} = 0.01$ 。

检测概率  $P_D$  (Detection Probability) :

实际上是  $H_1$  (有目标), 检测器也正确判断有目标。

$$P_D = \int_T^{\infty} p(y|H_1) dy$$

其中  $p(y|H_1)$  是有目标时接收信号的概率密度函数。

漏警概率  $P_M$  (Miss Probability) :

实际上是  $H_1$  (有目标), 但检测器说没有。

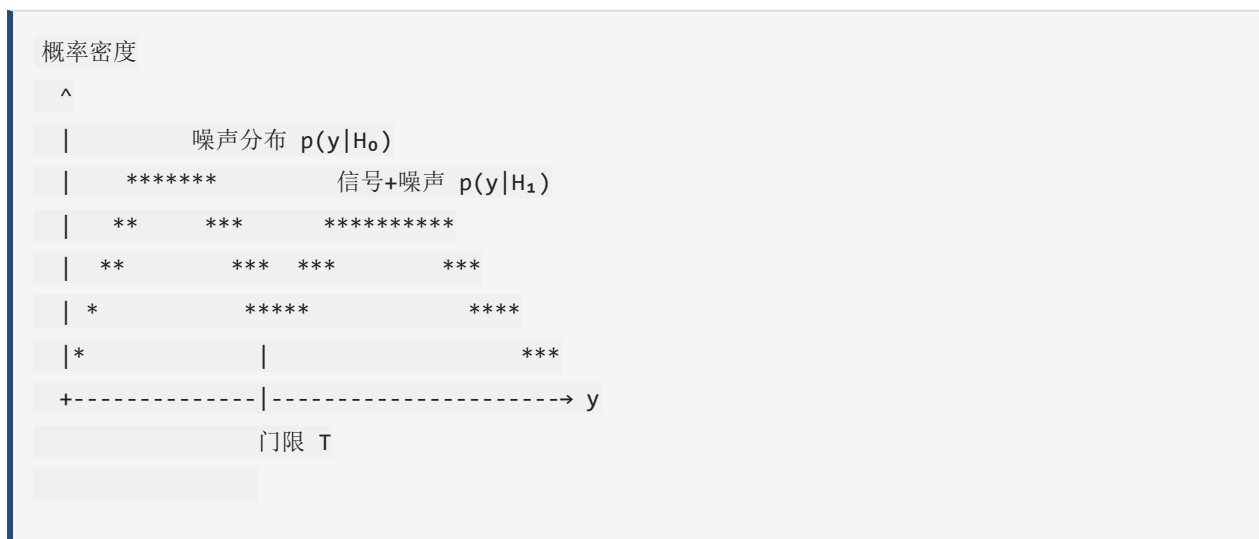
$$P_M = 1 - P_D$$

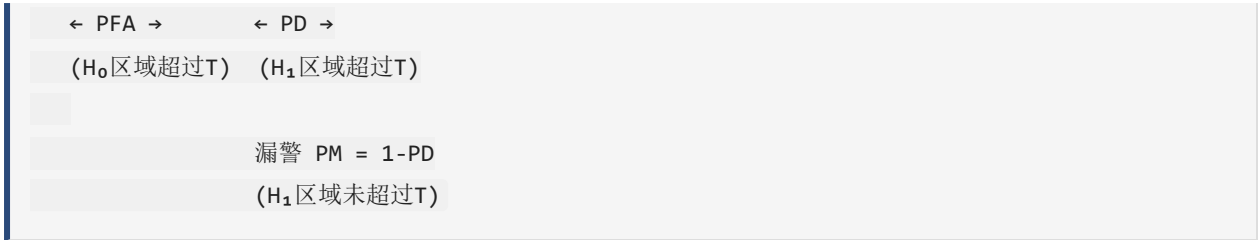
三者关系:

$$P_{FA} + P_D + P_M \neq 1 \quad (\text{不要混为一谈!})$$

正确的关系是:  $P_D + P_M = 1$  (对同一假设  $H_1$  而言), 而  $P_{FA}$  是另一回事 (基于  $H_0$ )。

### 7.1.4 文字版示意图





**关键理解：**

- 门限  $T$  往左移 →  $P_D$  增大，但同时  $P_{FA}$  也增大（捡了芝麻丢了西瓜）
- 门限  $T$  往右移 →  $P_{FA}$  减小，但  $P_D$  也减小（保守但可能漏掉目标）
- 检测器的目标就是在两者之间找到平衡

### 7.1.5 判决准则

#### (1) 贝叶斯准则 (Bayes Criterion)

贝叶斯准则的核心思想是：给每种错误分配一个“代价”，然后选择使平均代价最小的判决方式。

$$\frac{p(y|H_1)}{p(y|H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \frac{P(H_0)(c_{10} - c_{00})}{P(H_1)(c_{01} - c_{11})}$$

其中：

- $P(H_0), P(H_1)$ ：目标和无目标的先验概率
- $c_{10}$ ：虚警的代价（实际上无目标，但判为有目标）
- $c_{01}$ ：漏警的代价（实际上有目标，但判为无目标）
- $c_{00}, c_{11}$ ：正确判决的代价（通常设为0）

生活例子：火灾报警器要平衡两个错误：

- 虚警（误报）：消防车白跑一趟，代价  $c_{10} = 100$ 元
- 漏警（没报）：房子烧掉了，代价  $c_{01} = 100$ 万元
- 显然漏警代价远大于虚警，所以门限应该适当降低

#### (2) Neyman-Pearson 准则 —— 最常用！

在雷达中，我们通常不知道  $P(H_0)$  和  $P(H_1)$ ，也很难量化代价。NP准则的思路是：

给定一个可接受的虚警概率  $P_{FA}$ ，最大化检测概率  $P_D$ 。

具体做法：

1. 设定允许的最大  $P_{FA}$ （如  $10^{-6}$ ）

2. 根据  $P_{FA}$  计算门限  $T$
3. 用这个门限做检测，得到对应的  $P_D$

似然比检验 (Likelihood Ratio Test) :

$$\Lambda(y) = \frac{p(y|H_1)}{p(y|H_0)} \underset{H_0}{\underset{H_1}{\gtrless}} \eta$$

- $\Lambda(y)$  是似然比——它度量观测值  $y$  更可能是来自  $H_1$  还是  $H_0$
- $\eta$  是门限，由  $P_{FA}$  决定
- 如果  $\Lambda(y) > \eta$ ，判为  $H_1$  (有目标)

## 7.2 噪声与杂波统计模型

### 7.2.1 为什么要关心统计模型?

因为雷达接收机中的噪声和杂波是随机的，不是确定性的。我们不能预测某个时刻的噪声值，但可以通过统计模型描述它的”行为模式”。

统计模型的作用：知道了噪声的”脾气”，我们才能设计出针对性的检测器。

### 7.2.2 常见分布模型

#### (1) 高斯分布 (Gaussian Distribution)

适用场景：接收机热噪声（这是最常见的噪声来源）。

高斯分布的概率密度函数：

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

其中  $\mu$  是均值， $\sigma^2$  是方差。

IQ 解调后的噪声：I 路和 Q 路的噪声各自服从高斯分布  $N(0, \sigma^2)$  (均值为0)。

#### (2) 瑞利分布 (Rayleigh Distribution)

适用场景：噪声经过平方律检波器后的幅度分布。

$$p(x) = \frac{2x}{\sigma^2} e^{-x^2/\sigma^2}, \quad x \geq 0$$

其中  $\sigma$  是尺度参数。

为什么会出现瑞利分布？当 I 路和 Q 路都是独立同分布的高斯噪声时，包络  $\sqrt{I^2 + Q^2}$  服从瑞利分布。这就像一个醉汉走路——在 x 方向和 y 方向各自随机走，最终偏离原点的距离服从瑞利分布。

瑞利分布的均值和方差：

- 均值：  $E[X] = \sigma\sqrt{\pi/2}$
- 方差：  $Var[X] = (2 - \pi/2)\sigma^2$

门限与虚警概率的关系（非常重要）：

对于瑞利分布的噪声，虚警概率和门限  $T$  的关系非常简单：

$$P_{FA} = \int_T^{\infty} p(x) dx = e^{-T^2/\sigma^2}$$

反过来，给定  $P_{FA}$  可求门限：

$$T = \sigma\sqrt{-\ln P_{FA}}$$

例子： 如果要求  $P_{FA} = 10^{-6}$ ，  $\sigma = 1$ ：

$$T = 1 \times \sqrt{-\ln(10^{-6})} = \sqrt{13.82} \approx 3.72$$

### (3) 韦布尔分布 (Weibull Distribution)

适用场景： 地杂波和海杂波建模，比瑞利分布更灵活。

$$p(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{-(x/\beta)^\alpha}, \quad x \geq 0$$

其中  $\alpha > 0$  是形状参数，  $\beta > 0$  是尺度参数。

- $\alpha = 2$  时，韦布尔退化为瑞利分布
- $\alpha < 2$ ：拖尾更重（杂波更强），适合高海况海杂波
- $\alpha > 2$ ：拖尾更轻，适合低海况或某些地杂波

### (4) 对数正态分布 (Log-Normal Distribution)

适用场景： 高分辨率雷达的地杂波，尤其是城市环境。

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} \exp\left[-\frac{(\ln x - \ln x_m)^2}{2\sigma^2}\right], \quad x > 0$$

特点：拖尾很长（意味着偶尔会出现很强的杂波尖峰），  $\sigma$  越大拖尾越长。

### (5) K 分布

适用场景：海杂波建模（目前公认最准确的海杂波模型）。

$$p(A) = \frac{2}{a\Gamma(v)} \left(\frac{A}{2a}\right)^v K_{v-1}\left(\frac{A}{a}\right)$$

其中  $K_{v-1}(\cdot)$  是修正贝塞尔函数， $v$  是形状参数（ $v$  越小，拖尾越重）。

### (6) 莱斯分布 (Rice Distribution)

适用场景：有强散射体的杂波环境。

$$p(x) = \frac{2x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + A^2}{\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{2Ax}{\sigma^2}\right)$$

其中  $I_0$  是零阶修正贝塞尔函数， $A$  是主散射体幅度。

## 7.2.3 模型选择指南

场景	推荐模型	原因
热噪声	高斯/瑞利	电子热运动，物理理论保证
低海况海杂波	瑞利	均匀海面，多散射体
高海况海杂波	韦布尔/K分布	拖尾重，有尖峰
城市地杂波	对数正态	拖尾极重，偶发强尖峰
气象杂波	高斯	大量均匀粒子散射

## 7.3 检测器设计

### 7.3.1 平方律检波器

雷达中最常用的检测器是平方律检波器。它的输出是 IQ 两路信号的平方和：

$$z = \sum_{n=1}^N (I_n^2 + Q_n^2) = \sum_{n=1}^N |x(n)|^2$$

其中  $N$  是相干积累的脉冲数。

$H_0$  下的分布（只有噪声）：

$z' = z/\sigma^2$  服从卡方分布（自由度  $2N$ ）：

$$p(z'|H_0) = \frac{(z')^{N-1} e^{-z'}}{(N-1)!}$$

$H_1$  下的分布（信号+噪声）：

$$p(z'|H_1) = \left(\frac{z'}{N}\right)^{\frac{N-1}{2}} e^{-z'-N} I_{N-1}(2\sqrt{Nz'})$$

其中  $I_{N-1}$  是  $N-1$  阶修正贝塞尔函数， $N \cdot SNR$  是积累后的信噪比。

### 7.3.2 Albersheim 公式

在实际工程中，有时候不需要复杂的积分计算，可以用一个经验公式来估算所需信噪比。

Albersheim 公式给出了在给定  $P_D$ ,  $P_{FA}$ ,  $N$  时所需的 SNR：

$$SNR_{dB} = -5 \log_{10} N + \left[ 6.2 + \frac{4.54}{\sqrt{N+0.44}} \right] \log_{10} (A + 0.12AB + 1.7B)$$

其中：

$$A = \ln \left( \frac{0.62}{P_{FA}} \right)$$

$$B = \ln \left( \frac{P_D}{1-P_D} \right)$$

这个公式被称为”快、准、狠”的工程工具：快速计算、准确度足够、省去复杂积分。

### 7.3.3 Swerling 目标模型

现实中的目标回波不是恒定不变的——目标在运动，姿态变化导致 RCS（雷达散射截面积）波动。Swerling 模型描述了这种波动：

模型	波动方式	脉冲间相关性	适用场景
Swerling 0	无波动	完全相关	理想情况，很少见
Swerling 1	慢起伏	扫描间独立，脉冲间相关	喷气式飞机（大目标）
Swerling 2	快起伏	脉冲间独立	螺旋桨飞机
Swerling 3	慢起伏	扫描间独立，脉冲间相关	导弹、直升机
Swerling 4	快起伏	脉冲间独立	小型无人机

Swerling 1/3 vs Swerling 2/4 的区别：

- 慢起伏（Swerling 1/3）：在一个 CPI（相干处理间隔）内，目标 RCS 不变；不同 CPI

之间变化

- 快起伏 (Swerling 2/4) : 每个脉冲之间 RCS 都在变化

对检测的影响: 快起伏目标在积累时可以等效为更多的独立样本, 因此用 Swerling 2/4 计算  $P_D$  时, 积累效率更高。

## 7.4 M/N 检测

### 7.4.1 基本思想

生活例子: 你连续看了8场球赛, 每次买同一支球队赢。如果这支球队赢了至少6场, 你就在朋友圈发”强队归来”。这就是一个 6/8 检测——8次尝试中6次成功就判定。

正式定义: M/N 检测是指在  $N$  次独立观测中, 如果至少有  $M$  次超过门限, 就判定有目标。

M/N 检测的数学基础是二项分布:

$$P_B = \sum_{r=M}^N \binom{N}{r} p^r (1-p)^{N-r}$$

其中:

- $P_B$ : 累积概率 (虚警或检测)
- $N$ : 总观测次数
- $M$ : 要求的超过门限次数
- $p$ : 单次超过门限的概率 ( $P_{FA}$  或  $P_D$ )
- $\binom{N}{r} = \frac{N!}{r!(N-r)!}$ : 组合数

### 7.4.2 具体例子

采用 2/4 检测 ( $N = 4, M = 2$ ), 单次检测的  $P_D = 0.5$ ,  $P_{FA} = 10^{-3}$ :

计算检测概率:

$$P_D = \sum_{r=2}^4 \binom{4}{r} (0.5)^r (0.5)^{4-r} = 6 \times 0.5^4 + 4 \times 0.5^4 + 1 \times 0.5^4 = 11 \times 0.0625 = 0.688$$

计算虚警概率:

$$P_{FA} = \sum_{r=2}^4 \binom{4}{r} (10^{-3})^r (1 - 10^{-3})^{4-r} \approx 6 \times 10^{-6}$$

观察结果：

单次 $P_D$	2/4 检测 $P_D$	单次 $P_{FA}$	2/4 检测 $P_{FA}$
0.5	0.688	$10^{-3}$	$6 \times 10^{-6}$
0.8	0.973	$10^{-6}$	$6 \times 10^{-12}$
0.9	0.996	—	—

**关键结论：** M/N 检测一方面提高了检测概率（ $0.5 \rightarrow 0.688$ ），另一方面大幅降低了虚警概率（ $10^{-3} \rightarrow 6 \times 10^{-6}$ ）。这是一举两得的好方法！

### 7.4.3 M/N 检测的工程应用

在雷达中，M/N 检测常用于：

1. 多次扫描确认：同一目标在连续  $N$  次扫描中至少出现  $M$  次才确认
2. 多脉冲检测： $N$  个脉冲中至少  $M$  个超过门限
3. CFAR 后处理：CFAR 检测后再用 M/N 过滤虚警

## 7.5 CFAR：恒虚警率检测

### 7.5.1 为什么需要 CFAR？

故事开篇：

想象一下这个场景——你是一个保安，负责监听一个对讲机。你把音量调到刚好能听见微弱声音的程度（设了一个”门限”）。

白天一切正常。但到了晚上，突然起风了，对讲机里传来沙沙的噪音（噪声功率变大）。你用白天设定的”门限”，结果风一吹，对讲机就”哗哗”响个不停——全是虚警！

第二天，风停了，你把门限调回去了。但这时远处有个人轻轻说了一句话（微弱目标），因为门限太高，你完全没听到——漏警了！

**核心问题：** 噪声/杂波的功率是变化的（随时间、随环境变化），固定门限无法同时满足虚警控制和检测性能的要求。

这时你需要一个自适应门限——当噪声大时，门限自动提高；当噪声小时，门限自动降低。它让虚警概率保持恒定——这就是 CFAR（Constant False Alarm Rate，恒虚警率）检

测。

### 7.5.2 CA-CFAR (单元平均 CFAR)

CA-CFAR 是最基本、最常用的 CFAR 方法。

核心思想：对待检测单元周围的”邻居”取平均，用这个平均值估计当前的噪声/杂波功率，然后乘以一个系数得到门限。

文字版窗口示意图：



CA-CFAR 算法步骤：

1. 在待检测单元 (CUT, Cell Under Test) 两侧各取  $N/2$  个参考单元
2. 计算参考单元的平均功率：

$$\hat{P}_n = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^{N/2} (x_i + x_{N/2+i})$$

(或者简单地： $\hat{P}_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$  其中  $x_i$  是参考单元的功率)

3. 计算门限： $T = \alpha \cdot \hat{P}_n$ ，其中  $\alpha$  是门限因子
4. 比较：如果 CUT 的功率  $> T$ ，判为有目标，否则判为无目标

门限因子  $\alpha$  与  $P_{FA}$  的关系：

$$P_{FA} = (1 + \alpha)^{-N}$$

反过来，给定  $P_{FA}$  和参考单元数  $N$ ：

$$\alpha = P_{FA}^{-1/N} - 1$$

示例：要求  $P_{FA} = 10^{-6}$ ， $N = 16$ ：

$$\alpha = (10^{-6})^{-1/16} - 1 = 10^{6/16} - 1 = 10^{0.375} - 1 \approx 2.37 - 1 = 1.37$$

门限 =  $1.37 \times \hat{P}_n$  (平均噪声功率的 1.37 倍)。

检测概率公式：

$$P_D = \left(1 + \frac{\alpha}{1 + SNR}\right)^{-N}$$

其中  $SNR$  是信噪比。

### 7.5.3 CA-CFAR 的优点和缺点

优点：

- 算法简单，计算量小
- 在均匀噪声环境中性能最优

缺点（非常关键！）：

1. 杂波边缘效应：如果参考窗跨越了杂波边界（一半是强杂波，一半是弱噪声），平均值被抬高，导致弱目标被淹没
2. 多目标干扰：如果参考窗内有其他目标，平均值被抬高，导致 CUT 中的弱目标被淹没
3. 非均匀环境性能下降

文字版示意图：杂波边缘问题



为了解决这些问题，CA-CFAR 的改进版本应运而生。

### 7.5.4 GO-CFAR 和 SO-CFAR

GO-CFAR (Greatest Of CFAR) —— 取最大值

思想： 分别计算前导窗和后随窗的平均值，取较大的那个作为噪声估计。

$$P_{GO} = \max(P_{lead}, P_{trail})$$

适用场景： 杂波边缘环境。

**为什么有效：** 如果不幸站在杂波边缘，后随窗全是强杂波，前导窗是弱噪声。取最大值（强杂波）可以避免因为平均值被”中和”而导致门限过低、虚警暴增。

文字版：

```
前导窗 avg = 10    后随窗 avg = 1000
CA-CFAR: (10+1000)/2 = 505 → 门限 505 → OK
GO-CFAR: max(10, 1000) = 1000 → 门限 1000 → 更安全
```

SO-CFAR (Smallest Of CFAR) —— 取最小值

**思想：** 分别计算前导窗和后随窗的平均值，取较小的那个作为噪声估计。

$$P_{SO} = \min(P_{lead}, P_{trail})$$

**适用场景：** 多目标环境（参考窗内有其他目标的情况）。

**为什么有效：** 如果前导窗有一个目标，后随窗也有一个目标，CA-CFAR 会被两个目标同时拉高门限。SO-CFAR 取其中较小的那个，至少有一半的概率选了没有目标的那一侧，门限不会被过度抬高。

文字版：

```
前导窗 avg = 200 (含1个目标)  后随窗 avg = 10 (纯噪声)
CA-CFAR: (200+10)/2 = 105 → 门限 105 → 目标可能漏掉
SO-CFAR: min(200, 10) = 10 → 门限 10 → 目标可见!
```

### 7.5.5 OS-CFAR (有序统计量 CFAR)

OS-CFAR 是抗多目标干扰能力最强的 CFAR 方法之一。

**思想：** 对参考单元的功率值从小到大排序，然后选取第  $k$  个值（排序后的第  $k$  个）作为噪声估计。

**算法步骤：**

1. 将  $N$  个参考单元的功率从小到大排序： $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(N)}$
2. 取第  $k$  个值  $x_{(k)}$  作为噪声估计
3. 门限： $T = \alpha_{OS} \cdot x_{(k)}$

**为什么有效：**

假设  $N = 16$ ,  $k = 12$ （取排序后的第12个值，即较高的值）。

- 如果参考窗内有 3 个目标但它们是异常高强度值，排序后会被排到最末尾（第14、15、16位）

- 第  $k = 12$  个值大概率来自纯噪声单元
- 因此 OS-CFAR 可以容忍最多  $N - k$  个干扰目标

OS-CFAR 的容忍度：当参考窗内有  $M$  个目标时，只要  $M < N - k$ ，就不会对噪声估计产生显著影响。

工程设计经验：通常取  $k = 3N/4$ （即排序后的 75% 分位数）。

### 7.5.6 四种 CFAR 对比总结

CFAR 类型	全称	核心操作	优点	缺点
CA-CFAR	Cell Averaging	取平均值	均匀环境最优	杂波边缘/多目标差
GO-CFAR	Greatest Of	取最大值	抑制杂波边缘虚警	检测概率损失
SO-CFAR	Smallest Of	取最小值	多目标环境较好	杂波边缘虚警增加
OS-CFAR	Ordered Statistic	排序选第k个	抗多目标最强	计算量大

如何选择？

应用场景	推荐方案
均匀噪声环境	CA-CFAR
有杂波边缘（如海岸线）	GO-CFAR
多目标密集（如机群）	OS-CFAR
不确定环境	OS-CFAR（最稳健）

### 7.5.7 一维 CFAR vs 二维 CFAR

雷达的 MTD 输出是距离-多普勒图（二维数据）。CFAR 可以在距离维单独做，也可以在距离和多普勒两个维度同时做。

一维 CFAR：

只在距离维上取参考窗

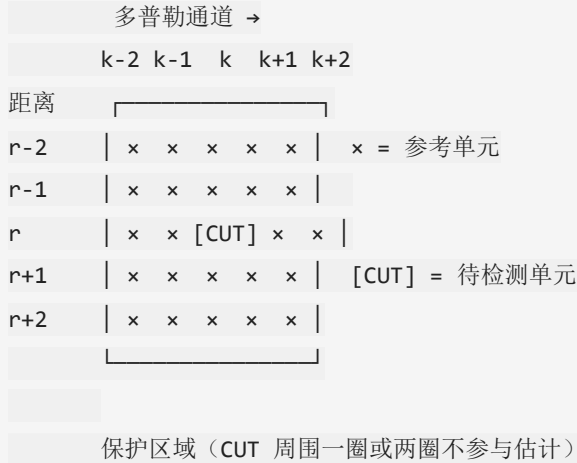
距离 →

```
[ ][ ][CUT][ ][ ]
```

```
<-- 参考窗 -->
```

### 二维 CFAR:

在多普勒维和距离维同时取参考窗



### 二维 CFAR 的优势:

1. 利用了更多的参考样本 → 噪声估计更准确
2. 考虑了杂波在距离-多普勒平面上的分布特性
3. 对复杂杂波环境适应性更好

### 二维 CFAR 的代价:

1. 计算量大得多
2. 实现复杂
3. 需要更多的存储空间

## 7.5.8 递归 (递推) CFAR

对于视频信号的 CFAR 处理 (逐距离单元连续处理), 可以用递归方式实现:

$$y(n) = (1 - K) \cdot s(n) + K \cdot y(n - 1)$$

其中:

- $y(n)$ : 当前时刻的噪声功率估计
- $s(n)$ : 当前距离单元的信号功率
- $K$ : 遗忘因子 ( $0 < K < 1$ ), 通常在  $0.5 \sim 1$  之间
- $y(n - 1)$ : 上一时刻的噪声功率估计

物理意义: 当前估计 =  $(1 - K) \times$  当前测量 +  $K \times$  过去估计。时间越远的样本权重越小 (被“遗忘”)。

系统函数 (Z 变换) :

$$H(z) = \frac{a}{1 - (1 - a)z^{-1}}$$

其中  $a = 1 - K$  是更新因子。

这本质上是一个一阶 IIR 低通滤波器，对输入信号求滑动指数加权平均。

递归 CFAR 的优缺点：

- 优点：计算量极小，只需一次乘法和一次加法
- 缺点：响应速度慢，突然变化的杂波环境需要一定时间才能跟上

## 本章总结

### 核心要点

1. 检测是一个二选一的问题： $H_0$  (无目标) vs  $H_1$  (有目标)，涉及虚警概率  $P_{FA}$ 、检测概率  $P_D$ 、漏警概率  $P_M$ 。
2. Neyman-Pearson 准则：在固定  $P_{FA}$  的条件下最大化  $P_D$ ，是雷达检测最常用的准则。
3. 噪声统计模型：瑞利分布（热噪声检波后）、韦布尔/对数正态/K分布（杂波）——根据场景选择合适的模型。
4. M/N 检测：多次观测中  $M$  次超门限即判有目标，有效抑制虚警。
5. CFAR 是雷达检测的核心技术：
  - o CA-CFAR：参考窗取平均，均匀环境最优，但杂波边缘和多目标环境差
  - o GO-CFAR：取前后窗最大值，抗杂波边缘
  - o SO-CFAR：取前后窗最小值，抗多目标干扰
  - o OS-CFAR：排序选第  $k$  个，抗多目标最强，计算量大
6. 二维 CFAR 在距离-多普勒平面上做检测，性能好但计算复杂。

### 几个最重要的公式

公式	含义
$P_{FA} = e^{-T^2/\sigma^2}$	瑞利噪声下虚警概率与门限的关系
$P_{FA} = (1 + \alpha)^{-N}$	CA-CFAR 的虚警概率与门限因子关系

公式	含义
$\alpha = P_{FA}^{-1/N} - 1$	CA-CFAR 门限因子计算
$y(n) = (1 - K)s(n) + Ky(n - 1)$	递归 CFAR 的递推公式

### CFAR 选型速查表

环境特点	推荐 CFAR	选择原因
海面均匀杂波	CA-CFAR	均匀环境最优
海岸线（地海交界）	GO-CFAR	控制杂波边缘虚警
密集机群检测	OS-CFAR	抗多目标干扰
多目标 + 杂波边缘	OS-CFAR	综合稳健性最强

## 本章计算练习题

### 题1：虚警概率与门限

高斯白噪声的功率  $\sigma^2 = 1$ ，经过检波器后输出幅度服从瑞利分布。如果检测门限设为  $T = 3$ ，求虚警概率  $P_{FA}$ 。

► 点击查看解答

### 题2：CA-CFAR 门限因子

CA-CFAR 使用  $N = 24$  个参考单元，期望的虚警概率  $P_{FA} = 10^{-6}$ 。求门限因子  $\alpha$ 。

► 点击查看解答

### 题3：CA-CFAR 的标称化因子

与题2相同的 CA-CFAR 设置 ( $N = 24, P_{FA} = 10^{-6}$ )，如果参考单元中有一个干扰目标使平均功率升高了 3 dB，问实际  $P_{FA}$  会如何变化？

► 点击查看解答

**题4: M/N 检测**

某雷达对同一目标进行  $N = 10$  次观测，采用 M/N 检测准则，每次观测的  $P_{FA} = 0.01$ ， $P_D = 0.9$ 。求  $M = 3$  时的系统虚警概率和检测概率。

► [点击查看解答](#)

---

---

## 第8章 参数测量与跟踪处理

---

### 本章内容

---

- 8.1 角度测量
  - 8.2  $\alpha - \beta$  滤波器
  - 8.3 Kalman滤波器（核心）
- 

### 8.1 角度测量

---

#### 8.1.1 为什么要测角度？

生活例子： 你在一个黑暗房间里，有人拍了一下手。你听到了声音，但你能判断这个人在哪个方向吗？能！因为你的两只耳朵听到的声音有时间差——声音先到达离它近的那只耳朵。你的大脑就是用这个微小的时间差来判断方向的。

雷达也是一样。雷达不仅要告诉”目标有多远”（距离），还要告诉”目标在哪个方向”（角度）。这两个信息加起来，才能锁定目标的位置。

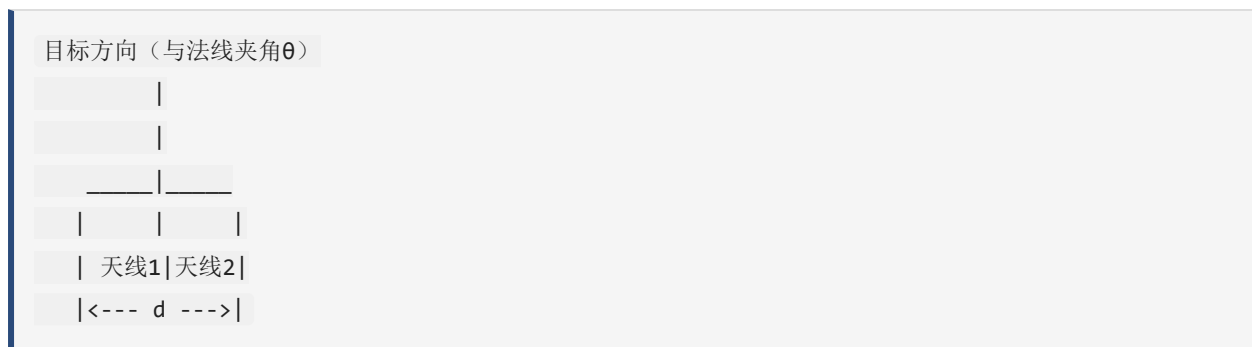
雷达实例： 一部搜索雷达在水平方向旋转天线，当它”看到”目标时，天线所指的方向就是目标的方向。但问题是——天线波束有一定宽度，目标可能在这个范围内的任何地方。我们需要更精确的方法。

#### 8.1.2 相位法测角

这是精度最高的测角方法之一。

#### 基本思路

想象你有两根天线（或者一个天线阵的两个单元），它们之间的距离是  $d$ 。目标信号从远处传来，由于到两根天线的路程不同，信号到达的时间也不同——这就产生了相位差。



从目标到天线1的路程比到天线2多了一段： $\Delta R = d \cdot \sin \theta$

### 相位差公式

这段路程差导致的相位差是：

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin \theta$$

符号解释：

符号	含义	单位
$\phi$	两根天线接收信号的相位差	弧度(rad)
$\lambda$	雷达信号的波长	米(m)
$d$	两根天线的间距	米(m)
$\theta$	目标方向与天线法线的夹角	弧度(rad)

### 测角公式

反过来，如果我们测量出了相位差  $\phi$ ，就可以算出角度：

$$\theta = \arcsin \left( \frac{\lambda \cdot \phi}{2\pi d} \right)$$

### 关键问题：测角范围

$-1 \leq \sin \theta \leq 1$ ，所以  $\frac{\lambda \cdot \phi}{2\pi d}$  必须在  $[-1, 1]$  范围内。

当  $\phi$  超过  $\pm\pi$  时，会出现相位模糊——你分不清这个相位差是  $30^\circ$  还是  $390^\circ$ （因为  $390^\circ = 30^\circ + 360^\circ$ ）。

为了避免模糊，需要  $d \leq \frac{\lambda}{2}$ 。也就是天线间距不能超过半个波长。

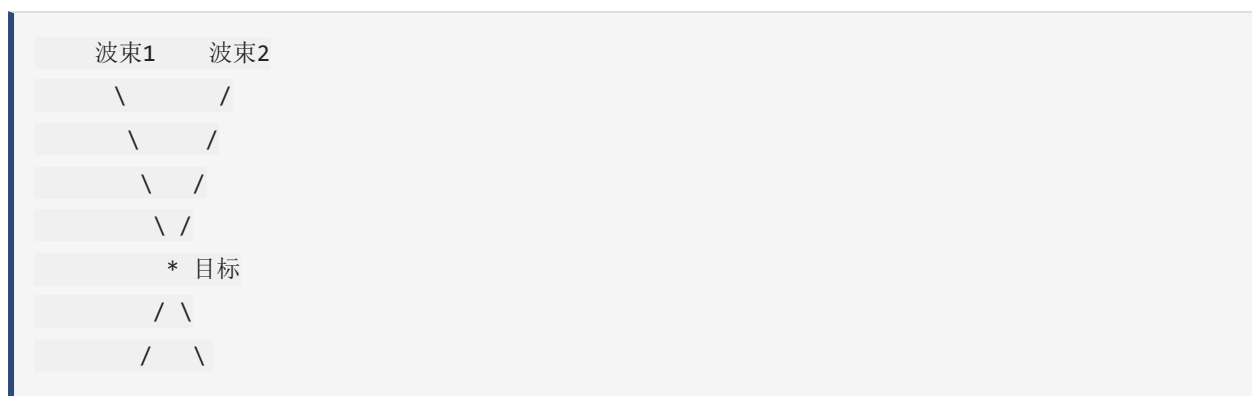
**直观理解：** 就像钟表的指针——如果只看时针，你不知道现在是3点还是15点（差了12小时）。同样，相位是”周期性”的，超过一个周期就会混淆。

**雷达实例：** 相控阵雷达的阵元间距通常设计为  $\lambda/2$ ，就是为了避免测角模糊。

### 8.1.3 比幅法测角

#### 基本思路

比幅法就简单多了——用两个指向略有偏移的天线波束，比较它们接收到的信号幅度。



- 如果目标在正中间，两个波束收到的信号一样强
- 如果目标偏左，左边波束收到的信号更强
- 如果目标偏右，右边波束收到的信号更强

#### 测角公式

两个波束的方向图（即天线对不同方向信号的增益）分别为  $F_1(\theta)$  和  $F_2(\theta)$ 。接收到的信号幅度比为：

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{F_1(\theta)}{F_2(\theta)}$$

通过查表或者拟合曲线，从幅度比反推出角度。

**直观理解：** 就像你有两个手电筒，一个稍微偏左照，一个稍微偏右照。如果一个物体被你左边手电筒照得更亮，那它肯定在偏左的位置。

#### 相位法 vs 比幅法

方法	精度	优点	缺点
相位法	高	对幅度不敏感	有相位模糊问题
比幅法	较低	简单，无模糊	受幅度波动影响大

## 8.2 $\alpha - \beta$ 滤波器

### 8.2.1 为什么要跟踪?

生活例子：你在打羽毛球，对手把球打过来，你的眼睛在看球的飞行轨迹——你其实在做两件事：

1. 预测：球现在在这里，按照它的速度，下一秒会到那里
2. 更新：当球实际飞到某个位置时，你修正你的判断

这个”预测-更新”的过程，就是跟踪的本质。

雷达中的跟踪：雷达每隔  $T$  秒（一个扫描周期）测量一次目标的位置。但测量有误差（噪声），而且两次测量之间目标的位置是未知的。我们需要一种方法，既能平滑测量噪声，又能预测目标下一时刻的位置。

### 8.2.2 $\alpha - \beta$ 滤波器的原理

$\alpha - \beta$  滤波器是最简单的跟踪滤波器，适合跟踪匀速直线运动的目标。

#### 两步走：预测 + 更新

##### 第一步：预测

在  $k$  时刻（第  $k$  次扫描），我们根据之前的信息，预测目标现在的位置：

$$\begin{aligned}\hat{x}(k|k-1) &= \hat{x}(k-1) + \hat{v}(k-1) \cdot T \\ \hat{v}(k|k-1) &= \hat{v}(k-1)\end{aligned}$$

符号解释：

符号	含义	单位
$\hat{x}(k k-1)$	根据前 $k-1$ 次数据预测的 $k$ 时刻位置	米(m)
$\hat{x}(k-1)$	$k-1$ 时刻的更新后位置估计	米(m)
$\hat{v}(k-1)$	$k-1$ 时刻的速度估计	米/秒(m/s)
$\hat{v}(k k-1)$	预测的 $k$ 时刻速度	米/秒(m/s)
$T$	雷达扫描周期	秒(s)

预测的逻辑： 如果上一秒你在10米处，以10米/秒的速度运动，那么这一秒你应该在  $10 + 10 \times 1 = 20$  米处。速度不变（匀速假设）。

**第二步：测量**

雷达在  $k$  时刻实际测量到了目标的位置  $z(k)$ 。这个测量有误差。

**第三步：更新**

用测量值来修正预测值：

$$\hat{x}(k) = \hat{x}(k|k-1) + \alpha \cdot [z(k) - \hat{x}(k|k-1)]$$

$$\hat{v}(k) = \hat{v}(k|k-1) + \frac{\beta}{T} \cdot [z(k) - \hat{x}(k|k-1)]$$

符号解释：

符号	含义	范围
$\alpha$	位置修正系数	$0 < \alpha < 1$
$\beta$	速度修正系数	$0 < \beta < 1$
$z(k) - \hat{x}(k k-1)$	新息(Innovation)——测量值与预测值的差	米(m)

直观理解：

新息 = 测量值 - 预测值 = “我没想到的偏差”

- 如果新息是 +2 米（测量值比预测值远2米），说明目标比我们想象的更远，需要把位置和速度往上调
- $\alpha$  越大，越相信测量； $\alpha$  越小，越相信预测

### 8.2.3 $\alpha$ 和 $\beta$ 的取值

$\alpha$  和  $\beta$  的选择直接影响滤波器的性能：

1.  $\alpha$  和  $\beta$  的关系（临界阻尼）：

$$\beta = \frac{\alpha^2}{2 - \alpha}$$

2. 典型取值：

- $\alpha = 0.3 \sim 0.5$ ，对应的  $\beta = 0.05 \sim 0.4$
- $\alpha$  越大，跟踪越快（响应快），但噪声抑制差（不平滑）
- $\alpha$  越小，跟踪越慢，但噪声抑制好（平滑）

3. 物理含义：

- $\alpha = 0.5$ : 测量值和预测值各占一半权重
- $\alpha = 0.3$ : 更相信预测值，噪声抑制好但响应慢

**直观理解：** 就像开车时看导航——如果导航更新很快（ $\alpha$  大），你会频繁调整方向，但可能因为GPS噪声而走”蛇形”；如果更新慢（ $\alpha$  小），路线平滑但遇到急转弯会反应不及。

### 8.2.4 $\alpha - \beta - \gamma$ 滤波器

如果目标有加速度（不是匀速运动），就需要引入第三个参数  $\gamma$  来估计加速度：

$$\begin{aligned}\hat{a}(k|k-1) &= \hat{a}(k-1) \\ \hat{a}(k) &= \hat{a}(k|k-1) + \frac{\gamma}{T^2} \cdot [z(k) - \hat{x}(k|k-1)]\end{aligned}$$

记忆口诀：

- $\alpha - \beta$  滤波器：跟踪位置+速度（匀速目标）
- $\alpha - \beta - \gamma$  滤波器：跟踪位置+速度+加速度（匀加速目标）

## 8.3 Kalman滤波器（核心！）

### 8.3.1 为什么需要Kalman滤波器？

$\alpha - \beta$  滤波器有两个局限：

1.  $\alpha$  和  $\beta$  是固定的——不能根据情况动态调整
2. 没有考虑测量噪声的变化——如果这次测量特别不准，还是用同样的  $\alpha$

**Kalman滤波器的突破：** Kalman滤波器能动态调整增益——当测量比较可靠时，更相信测量；当预测比较可靠时，更相信预测。而且它还能给出估计的不确定度（协方差）。

**生活例子：** 你在一个陌生的地方用手机导航。当GPS信号好时（误差小），你相信导航；当进入隧道时（GPS信号差），你更相信自己的速度推算。Kalman滤波器就是自动做这个”该信谁”的决策。

### 8.3.2 Kalman滤波器的数学模型

Kalman滤波器假设系统是线性的，且噪声是高斯分布的。

**状态方程（描述目标如何运动）**

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{F} \cdot \mathbf{x}(k-1) + \mathbf{w}(k-1)$$

符号解释：

符号	含义	说明
$\mathbf{x}(k)$	$k$ 时刻的状态向量	包含位置、速度...
$\mathbf{F}$	状态转移矩阵	描述状态如何随时间演化
$\mathbf{w}(k-1)$	过程噪声	模型不准带来的误差（高斯分布）

### 观测方程（描述雷达如何测量）

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k)$$

符号	含义	说明
$\mathbf{z}(k)$	$k$ 时刻的测量向量	雷达实际测到的值
$\mathbf{H}$	观测矩阵	将状态映射到测量空间
$\mathbf{v}(k)$	测量噪声	雷达测量误差（高斯分布）

### 噪声的统计特性

- 过程噪声  $\mathbf{w} \sim N(0, \mathbf{Q})$  —— 均值为0，协方差矩阵为  $\mathbf{Q}$
- 测量噪声  $\mathbf{v} \sim N(0, \mathbf{R})$  —— 均值为0，协方差矩阵为  $\mathbf{R}$

### 8.3.3 一个具体的跟踪例子

让我们用一个一维匀速运动的例子来逐步演示。

#### 问题设定

一辆车沿直线行驶。我们每隔  $T = 1$  秒测量一次它的位置。

状态向量：  $\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ v(k) \end{bmatrix}$  （位置 + 速度）

状态转移矩阵：  $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

为什么？因为：

- $x(k) = x(k-1) + v(k-1) \cdot T$  （新位置 = 旧位置 + 速度 x 时间）
- $v(k) = v(k-1)$  （匀速假设）

观测矩阵：  $\mathbf{H} = [1 \ 0]$

为什么？因为我们只测量位置，不直接测量速度。所以  
 $\mathbf{z}(k) = 1 \cdot x(k) + 0 \cdot v(k) = x(k) + \text{噪声}$ 。

### Kalman滤波五步法

Kalman滤波器每步做五件事，我们给它们起个中文名方便记忆：

第1步：状态预测

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) = \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{x}}(k-1)$$

含义：用上一步的结果，预测当前的状态。

展开形式：

$$\begin{bmatrix} \hat{x}(k|k-1) \\ \hat{v}(k|k-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}(k-1) \\ \hat{v}(k-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}(k-1) + T \cdot \hat{v}(k-1) \\ \hat{v}(k-1) \end{bmatrix}$$

第2步：协方差预测

$$\mathbf{P}(k|k-1) = \mathbf{F} \cdot \mathbf{P}(k-1) \cdot \mathbf{F}^T + \mathbf{Q}$$

含义：预测的不确定度。 $\mathbf{P}$  是协方差矩阵，对角线元素表示位置和速度的方差（不确定度的平方）。

直观理解：预测的时间越长，不确定度越大。加上过程噪声  $\mathbf{Q}$ ，表示模型本身也有误差。

其中， $\mathbf{P}$  是  $2 \times 2$  矩阵：

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{xx} & P_{xv} \\ P_{vx} & P_{vv} \end{bmatrix}$$

- $P_{xx}$ ：位置估计的方差（不确定度）
- $P_{vv}$ ：速度估计的方差
- $P_{xv} = P_{vx}$ ：位置和速度的协方差（它们相关吗？）

第3步：计算Kalman增益

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}(k|k-1) \cdot \mathbf{H}^T \cdot \left[ \mathbf{H} \cdot \mathbf{P}(k|k-1) \cdot \mathbf{H}^T + \mathbf{R} \right]^{-1}$$

含义：计算“该相信测量还是预测”的权重。

直观理解：

- 如果测量噪声  $\mathbf{R}$  很大（测量不准）→ 增益  $\mathbf{K}$  小 → 更相信预测
- 如果预测协方差  $\mathbf{P}$  很大（预测不准）→ 增益  $\mathbf{K}$  大 → 更相信测量

第4步：状态更新

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{K}(k) \cdot [\mathbf{z}(k) - \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{x}}(k|k-1)]$$

含义：用测量值修正预测值。

和  $\alpha - \beta$  滤波器对比：

- $\mathbf{K}(k)$  相当于  $\alpha$  (位置增益)
- 但  $\mathbf{K}(k)$  是动态变化的！不是固定的  $\alpha$ ！

第5步：协方差更新

$$\mathbf{P}(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k) \cdot \mathbf{H}] \cdot \mathbf{P}(k|k-1)$$

含义：更新不确定度。因为加入测量后，不确定度应该减小。

### 8.3.4 完整数值例子

这才是Kalman滤波的精髓！让我们用一个完整的数值例子手把手演算。

#### 场景

一辆车从原点出发，以  $v_0 = 10 \text{ m/s}$  的速度匀速行驶。雷达每  $T = 1$  秒测量一次位置，共测量4次。

测量值： $z = [12 \text{ m}, 19 \text{ m}, 34 \text{ m}, 41 \text{ m}]$

#### 参数设置

参数	值	含义
$T$	1 秒	采样间隔
$\mathbf{Q}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	过程噪声（理想匀速，无噪声）
$\mathbf{R}$	[2]	测量噪声方差（标准偏差约1.4米）
$\mathbf{P}(0)$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	初始不确定度

#### 初始状态

$$\hat{\mathbf{x}}(0) = 0 \text{ m}, \quad \hat{v}(0) = 10 \text{ m/s}, \quad \mathbf{P}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

第1步 (k=1)

(1) 状态预测:

$$\hat{x}(1|0) = \hat{x}(0) + T \cdot \hat{v}(0) = 0 + 1 \times 10 = 10 \text{ m}$$

$$\hat{v}(1|0) = \hat{v}(0) = 10 \text{ m/s}$$

(2) 协方差预测:

$$\mathbf{P}(1|0) = \mathbf{F} \cdot \mathbf{P}(0) \cdot \mathbf{F}^T + \mathbf{Q}$$

先算  $\mathbf{F} \cdot \mathbf{P}(0)$ :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

再乘  $\mathbf{F}^T$ :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \times 1 + 1 \times 1 & 1 \times 0 + 1 \times 1 \\ 0 \times 1 + 1 \times 1 & 0 \times 0 + 1 \times 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

加  $\mathbf{Q} = \mathbf{0}$ , 结果不变:  $\mathbf{P}(1|0) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

(3) 计算增益:

$$\mathbf{K}(1) = \mathbf{P}(1|0) \cdot \mathbf{H}^T \cdot [\mathbf{H} \cdot \mathbf{P}(1|0) \cdot \mathbf{H}^T + \mathbf{R}]^{-1}$$

先算  $\mathbf{H} \cdot \mathbf{P}(1|0) \cdot \mathbf{H}^T$ :

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{P}(1|0) = [1 \ 0] \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = [2 \ 1]$$

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{P}(1|0) \cdot \mathbf{H}^T = [2 \ 1] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 2$$

加上  $\mathbf{R} = 2$ :

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{P}(1|0) \cdot \mathbf{H}^T + \mathbf{R} = 2 + 2 = 4$$

计算增益:

$$\mathbf{K}(1) = \mathbf{P}(1|0) \cdot \mathbf{H}^T \cdot \frac{1}{4} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{4} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{4} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.25 \end{bmatrix}$$

所以  $K_x = 0.5$  (位置增益),  $K_v = 0.25$  (速度增益)。

(4) 状态更新:

$$\text{新息} = z(1) - \hat{x}(1|0) = 12 - 10 = 2 \text{ m}$$

$$\hat{x}(1) = \hat{x}(1|0) + K_x \cdot \text{新息} = 10 + 0.5 \times 2 = 11 \text{ m}$$

$$\hat{v}(1) = \hat{v}(1|0) + K_v \cdot \text{新息} = 10 + 0.25 \times 2 = 10.5 \text{ m/s}$$

(5) 协方差更新:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(1) &= [\mathbf{I} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{H}] \cdot \mathbf{P}(1|0) = \left( \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.25 \end{bmatrix} \cdot [1 \ 0] \right) \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ -0.25 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 0.75 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

### 第2步 (k=2)

(1) 状态预测:

$$\begin{aligned}\hat{x}(2|1) &= 11 + 1 \times 10.5 = 21.5 \text{ m} \\ \hat{v}(2|1) &= 10.5 \text{ m/s}\end{aligned}$$

(2) 协方差预测:

$$\mathbf{P}(2|1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 0.75 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

先算第一步:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 0.75 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 & 1.25 \\ 0.5 & 0.75 \end{bmatrix}$$

再乘  $\mathbf{F}^T$ :

$$\begin{bmatrix} 1.5 & 1.25 \\ 0.5 & 0.75 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 \times 1 + 1.25 \times 1 & 1.5 \times 0 + 1.25 \times 1 \\ 0.5 \times 1 + 0.75 \times 1 & 0.5 \times 0 + 0.75 \times 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.75 & 1.25 \\ 1.25 & 0.75 \end{bmatrix}$$

(3) 计算增益:

$$\begin{aligned}\mathbf{H} \cdot \mathbf{P}(2|1) \cdot \mathbf{H}^T + \mathbf{R} &= 2.75 + 2 = 4.75 \\ \mathbf{K}(2) &= \begin{bmatrix} 2.75 \\ 1.25 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{4.75} = \begin{bmatrix} 0.579 \\ 0.263 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

(4) 状态更新:

$$\text{新息} = 19 - 21.5 = -2.5 \text{ m}$$

$$\begin{aligned}\hat{x}(2) &= 21.5 + 0.579 \times (-2.5) = 21.5 - 1.448 = 20.05 \text{ m} \\ \hat{v}(2) &= 10.5 + 0.263 \times (-2.5) = 10.5 - 0.658 = 9.84 \text{ m/s}\end{aligned}$$

### 第3步 (k=3)

(1) 状态预测:

$$\begin{aligned}\hat{x}(3|2) &= 20.05 + 1 \times 9.84 = 29.89 \text{ m} \\ \hat{v}(3|2) &= 9.84 \text{ m/s}\end{aligned}$$

(这里省略中间计算, 直接给结果)

(4) 状态更新:

$$\text{新息} = 34 - 29.89 = 4.11 \text{ m}$$

$$\begin{aligned}\hat{x}(3) &\approx 29.89 + 0.60 \times 4.11 \approx 32.36 \text{ m} \\ \hat{v}(3) &\approx 9.84 + 0.27 \times 4.11 \approx 10.95 \text{ m/s}\end{aligned}$$

### 第4步 (k=4)

(1) 状态预测:

$$\hat{x}(4|3) = 32.36 + 1 \times 10.95 = 43.31 \text{ m}$$

$$\hat{v}(4|3) = 10.95 \text{ m/s}$$

(4) 状态更新:

$$\text{新息} = 41 - 43.31 = -2.31 \text{ m}$$

$$\hat{x}(4) \approx 43.31 + 0.61 \times (-2.31) \approx 41.90 \text{ m}$$

$$\hat{v}(4) \approx 10.95 + 0.27 \times (-2.31) \approx 10.33 \text{ m/s}$$

### 结果对比

时刻	测量值	Kalman估计	真实值 (假设)	误差
1	12 m	11.00 m	10 m	+1.00 m
2	19 m	20.05 m	20 m	+0.05 m
3	34 m	32.36 m	30 m	+2.36 m
4	41 m	41.90 m	40 m	+1.90 m

**观察:** Kalman滤波器的估计比原始测量更接近真实值! 这就是滤波的力量——去除噪声, 逼近真实。

### 增益变化的趋势

k	$K_x$ (位置增益)
1	0.500
2	0.579
3	0.600
4	0.610

**趋势:** 随着时间推移, Kalman增益趋于稳定。这就是为什么在稳态情况下,  $\alpha - \beta$  滤波器可以近似Kalman滤波器—— $\alpha$  和  $\beta$  就是增益稳定后的值!

### 8.3.5 $\alpha - \beta$ 滤波器 vs Kalman滤波器

特性	$\alpha - \beta$ 滤波器	Kalman滤波器
增益	固定 $\alpha, \beta$	动态 $K(k)$ , 每步更新
噪声模型	无	Q和R矩阵
不确定度	无	协方差矩阵P

特性	$\alpha - \beta$ 滤波器	Kalman滤波器
计算量	很小	较大
适用场景	简单跟踪	任意线性系统

直观理解：

- $\alpha - \beta$  滤波器像是一个”固定公式”，不管情况怎么变，修正力度都一样
- Kalman滤波器像是一个”智能系统”，根据当前的不确定度动态调整修正力度

### 8.3.6 扩展Kalman滤波器 (EKF)

现实中的运动往往不是线性的：

- 卫星绕地球做圆周运动
- 导弹做机动飞行
- 汽车在弯道上转弯

对于非线性系统，标准Kalman滤波器不再适用，需要使用扩展Kalman滤波器 (EKF)。

EKF的核心思想：把非线性问题近似成线性问题。

比如目标做圆周运动：
$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} r \cdot \cos(\omega k) \\ r \cdot \sin(\omega k) \end{bmatrix}$$

这不是线性方程，但可以通过泰勒展开取一阶近似：

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

把非线性函数在当前估计点展开，丢掉高阶项，就变成了线性问题。

更高级的变种：

名称	原理	特点
EKF	泰勒一阶展开	最简单，但强非线性时误差大
UKF	无迹变换	用采样点逼近，精度更高
CKF	容积点变换	高维系统更稳定
粒子滤波	蒙特卡洛采样	非高斯噪声也行，但计算量大

## 本章总结

## 角度测量

1. 相位法测角：利用两根天线之间的相位差计算角度，精度高但有模糊问题
2. 比幅法测角：利用两个波束接收幅度比计算角度，简单但精度较低

## 跟踪滤波器

1. 预测-更新框架：所有跟踪滤波器的核心——先预测，再用测量修正
2.  $\alpha - \beta$  滤波器：固定增益，简单高效，适合匀速目标
3. Kalman滤波器：动态增益，考虑噪声统计特性，最优线性滤波

## Kalman滤波五步法（必须记住！）

状态预测  $\rightarrow \hat{x}(k|k-1) = F \cdot \hat{x}(k-1)$

协方差预测  $\rightarrow P(k|k-1) = F \cdot P(k-1) \cdot F^T + Q$

计算增益  $\rightarrow K(k) = P(k|k-1) \cdot H^T \cdot [H \cdot P(k|k-1) \cdot H^T + R]^{-1}$

状态更新  $\rightarrow \hat{x}(k) = \hat{x}(k|k-1) + K(k) \cdot [z(k) - H \cdot \hat{x}(k|k-1)]$

协方差更新  $\rightarrow P(k) = [I - K(k) \cdot H] \cdot P(k|k-1)$

## 关键概念

概念	一句话
新息	测量值 - 预测值 = “我没想到的部分”
Kalman增益	测量和预测的权重分配器
协方差矩阵	不确定度的”官方度量”
Q矩阵	模型不准确的代价
R矩阵	测量不准确的代价

## 记忆口诀

“预测先，测量后，增益决定信谁好，协方差里藏玄机，五步循环永不老。”

## 本章计算练习题

---

### 题1: $\alpha - \beta$ 滤波器滤波

$\alpha - \beta$  滤波器跟踪匀速目标,  $\alpha = 0.6$ ,  $\beta = 0.3$ 。已知  $k - 1$  时刻的滤波值为  $\hat{x}_{k-1} = 100 \text{ m}$ ,  $\hat{v}_{k-1} = 10 \text{ m/s}$ , 时间间隔  $T = 1 \text{ s}$ 。 $k$  时刻的测量值  $z_k = 115 \text{ m}$ 。求滤波后的位置和速度。

► [点击查看解答](#)

### 题2: Kalman 滤波器一步计算

一维匀速运动 Kalman 滤波器, 状态  $x = [\text{位置}, \text{速度}]^T$ 。已知:

- $F = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $T = 1 \text{ s}$
- $H = [1 \ 0]$
- $Q = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}$ ,  $R = 1$
- $\hat{x}(k-1) = \begin{bmatrix} 100 \\ 10 \end{bmatrix}$ ,  $P(k-1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
- 测量  $z(k) = 115$

请执行一步 Kalman 滤波。

► [点击查看解答](#)

### 题3: Kalman 增益的含义

在题2中, 如果测量噪声增大到  $R = 100$ , 其他条件不变。求此时的 Kalman 增益, 并解释变化趋势。

► [点击查看解答](#)

### 题4: 角度测量

比幅法测角中, 两个波束方向图分别为  $F_1(\theta) = \cos^2(\theta - 15^\circ)$  和  $F_2(\theta) = \cos^2(\theta + 15^\circ)$ 。测得两通道幅度比  $A_1/A_2 = 1.5$ , 求目标角度  $\theta$ 。

► [点击查看解答](#)

---

## 第9章 波束形成与空时自适应处理

### 本章内容

- 9.1 数字波束形成 (DBF)
- 9.2 空时自适应处理 (STAP)
- 9.3 DBF与STAP的关系

### 9.1 数字波束形成 (DBF)

#### 9.1.1 从”耳朵”到”天线阵列”

生活例子： 你在一个嘈杂的派对上，有人叫你的名字。你的大脑做了一件很神奇的事——它能”聚焦”到声音传来的方向，忽略其他方向的噪音。这就是天然的空域滤波。

如果你有两只耳朵，你能大致判断方向；但如果你有十只耳朵分布在房间各处，你就能非常精确地确定声音从哪里来，甚至能”听清”某个方向上的悄悄话。

天线阵列就是雷达的”多个耳朵”。波束形成就是让雷达能”听”向特定方向的技术。

雷达实例： PAVE PAWS 预警雷达有 2677 个阵元（天线单元），它能同时监测多个方向，追踪数百个目标。这就是波束形成的威力。

#### 9.1.2 均匀线阵 (ULA)

均匀线阵是最基本的天线阵列形式：

阵元1	阵元2	阵元3	...	阵元N
-----	-----	-----	-----	-----

--	--	--	--

|<--d->|<--d->|

- $N$ : 阵元数量
- $d$ : 相邻阵元间距
- 信号从  $\theta$  方向入射（相对于法线方向）

### 什么是”方向图”？

方向图就是天线阵列对不同方向信号的响应——像一个”灵敏度地图”，告诉你在哪个方向上天线最敏感。

直观理解：就像手电筒的光束——正前方最亮（增益最大），侧面较暗（增益小）。天线方向图就是雷达的”光束形状”。

### 9.1.3 阵列因子

阵列因子是描述天线阵列方向图的关键公式。

#### 基本推导

每个阵元接收到的信号，由于到达时间不同，存在相位差。

第  $n$  个阵元相对于第1个阵元的相位差：

$$\phi_n = (n - 1) \cdot \frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \sin \theta$$

符号解释：

符号	含义	单位
$d$	阵元间距	米
$\lambda$	信号波长	米
$\theta$	信号入射方向角度	弧度
$n$	阵元序号	无量纲
$\phi_n$	第 $n$ 个阵元的相位差	弧度

#### 阵列因子公式

把所有阵元的信号加起来，得到阵列因子：

$$AF(\theta) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n \cdot e^{j \cdot n \cdot \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta}$$

其中  $a_n$  是第  $n$  个阵元的加权系数。

### 等幅加权时的阵列因子

如果所有  $a_n = 1$ （不加权），可化简为：

$$AF(\theta) = \frac{\sin\left(N \cdot \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta\right)}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta\right)}$$

方向图（归一化后）：

$$F(\theta) = \left| \frac{AF(\theta)}{N} \right| = \left| \frac{\sin\left(N \cdot \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta\right)}{N \cdot \sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta\right)} \right|$$

**直观理解：** 这个公式看起来复杂，但本质上是”多波干涉”—— $N$ 个波源叠加，在某些方向加强（主瓣），在某些方向抵消（零陷）。

### 9.1.4 波束指向控制

想让波束指向  $\theta_0$  方向，在阵元上加相位补偿：

$$w_n = e^{-j \cdot n \cdot \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta_0}$$

这时阵列因子变为：

$$AF(\theta) = \sum_{n=0}^{N-1} e^{j \cdot n \cdot \frac{2\pi d}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_0)} = \frac{\sin\left[N \cdot \frac{\pi d}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_0)\right]}{\sin\left[\frac{\pi d}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_0)\right]}$$

**关键点：** 当  $\theta = \theta_0$  时，指数项全部为1，所有信号同相相加，得到最大输出。这就是波束指向的原理。

**直观理解：** 就像调整望远镜的角度——你想看左边的星星，就把望远镜往左转。同样，你想让雷达”看”向  $\theta_0$  方向，就调整每个阵元的相位，让它们在这个方向上信号叠加最强。

**雷达实例：** 相控阵雷达的波束扫描就是通过改变每个阵元的相位来实现的。不需要转动天线，电扫比机械扫描快上千倍！

### 9.1.5 数字波束形成 (DBF)

#### 什么是DBF?

传统模拟波束形成用移相器硬件来实现相位调整。数字波束形成 (DBF) 则是在数字域完成——每个阵元的信号经过ADC数字化后，在DSP中用软件做加权求和。

天线阵元 → LNA → 混频 → ADC → 数字加权求和 → 波束输出

每一路都要ADC:

天线1 → ADC →  
 天线2 → ADC → 数字求和 → 波束输出  
 天线3 → ADC → (DSP中完成)  
 ... ..  
 天线N → ADC →

### 空间快照

在某个时刻  $t_0$ , 所有阵元接收到的信号构成一个向量:

$$\mathbf{y} = \widehat{A} \cdot \left[ 1, e^{j\frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta}, e^{j2 \cdot \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta}, \dots, e^{j(N-1) \cdot \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta} \right]^T$$

$$\mathbf{y} = \widehat{A} \cdot \mathbf{a}_s(\theta)$$

其中  $\mathbf{a}_s(\theta)$  称为空间导向矢量——描述了从  $\theta$  方向来的信号在每个阵元上的相位分布。

### 波束形成的基本操作

波束形成 = 加权求和:

$$\mathbf{y} = \mathbf{w}^H \cdot \mathbf{y}$$

其中  $\mathbf{w}$  是权向量,  $\mathbf{w}^H$  表示共轭转置。

直观理解: 每个阵元信号乘以一个复数权重(调整幅度和相位), 然后加起来。如果权重设置得当, 从某个方向来的信号会”同相相加”(变得很大), 而从其他方向来的信号会”相互抵消”(变得很小)。

### 常规波束形成

权向量取导向矢量的共轭:

$$\mathbf{w} = \mathbf{a}_s(\theta_0)$$

得到的方向图:

$$F(\theta) = \left| \frac{\sin \left[ N \cdot \frac{\pi d}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_0) \right]}{N \cdot \sin \left[ \frac{\pi d}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_0) \right]} \right|$$

这实际上就是上面提到的阵列因子——在  $\theta_0$  方向有最大响应。

### 自适应波束形成

问题： 如果有干扰信号从某个方向来，常规波束形成无法抑制它。

解决办法： 自适应调整权值，在干扰方向形成零陷（即增益极小值）。

最经典的自适应波束形成算法：MVDR（最小方差无畸变响应）

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}$$

$$\text{subject to } \mathbf{w}^H \mathbf{a}_s(\theta_0) = 1$$

其中：

符号	含义
$\mathbf{R}$	接收信号的协方差矩阵
$\mathbf{w}$	权向量
$\mathbf{a}_s(\theta_0)$	目标方向的导向矢量

约束的含义： 保证目标方向信号无失真通过（ $\mathbf{w}^H \mathbf{a}_s = 1$ ），同时最小化总输出功率（包括干扰和噪声）。

MVDR的解：

$$\mathbf{w}_{\text{MVDR}} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{a}_s(\theta_0)}{\mathbf{a}_s(\theta_0)^H \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{a}_s(\theta_0)}$$

直观理解： MVDR就像一个”定向听诊器”——你想听某个方向的微弱声音，但又想屏蔽其他方向的噪音。MVDR自动找到最优的权重组合，在保持目标方向不变的同时，在其他方向”压”出零陷。

### 自适应波束形成的效果



对比常规波束形成和自适应波束形成的效果：

场景	常规波束形成	自适应波束形成
只有目标	可以检测	可以检测

场景	常规波束形成	自适应波束形成
目标+强干扰	干扰淹没目标	零陷抑制干扰
多干扰环境	性能严重下降	灵活形成多个零陷

**雷达实例：** 电子战环境中，敌方可能施放强干扰信号。自适应波束形成能自动在干扰方向形成零陷，保障雷达正常工作。这就是DBF在现代雷达中不可或缺的原因。

### 9.1.6 DBF的优点

1. 多波束同时形成：一套天线系统可同时产生多个指向不同的波束
2. 自适应抗干扰：自动在干扰方向形成零陷
3. 超低副瓣：可通过数字加权实现极低的旁瓣
4. 波束形状灵活：可形成赋形波束（如余割平方波束）
5. 自校准和自校正：数字域可补偿通道不一致性

### 9.1.7 阵列信号处理的”三分天下”

阵列信号处理有三大主题：

阵列信号处理

- ├─ 波束形成 (DBF) → "让天线看向目标方向"
- ├─ DOA估计 → "目标从哪个方向来?"
- └─ 空域滤波 → "抑制不需要方向的信号"

本章讲的DBF解决的是”怎么指向目标”的问题。

## 9.2 空时自适应处理 (STAP)

### 9.2.1 为什么需要STAP?

**从生活例子理解：** 想象你在大风天用麦克风录音。风噪（相当于雷达的地杂波）是低频的，你可以用高通滤波器滤掉。但如果风声大小和方向不断变化，单纯用频率滤波就不够了。

**雷达的困境：**

常规MTI（动目标检测）使用一维滤波器（时域/多普勒域），只能滤除静止杂波。但实际情况是：

1. 地杂波在运动（风吹树林、海浪）——杂波也有多普勒频移
2. 杂波分布不均匀——不同方向的杂波强度不同
3. 干扰也是空变的——干扰从特定方向来

结论： 只用一维滤波（时间或多普勒）不够！需要空域+时域二维联合处理——这就是STAP。

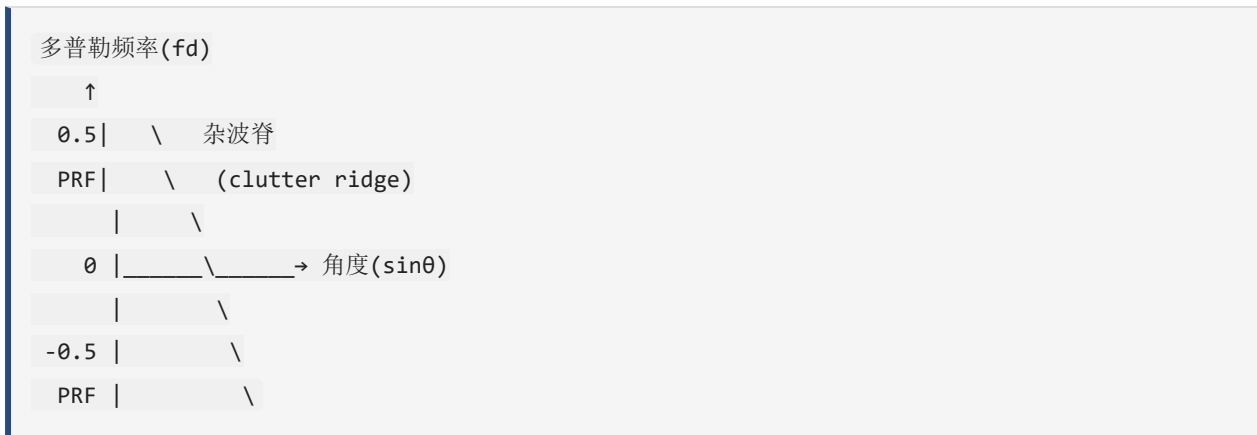
## 9.2.2 空时二维谱

### 什么是空时二维谱？

每个杂波点都有两个属性：

- 角度（空间域）：从哪个方向来？
- 多普勒频率（时间域）：速度是多少？

将杂波画在”角度-多普勒”平面上：



杂波脊 (Clutter Ridge)： 杂波在角度-多普勒平面上沿着一条斜线分布——这是因为不同角度的杂波有不同的径向速度，从而有不同的多普勒频率。

### 多普勒与角度的关系公式

对于机载雷达，平台以速度  $v$  运动，杂波点的多普勒频率为：

$$f_D = \frac{2v}{\lambda} \cdot \sin \theta$$

其中：

符号	含义	单位
$f_D$	多普勒频率	Hz
$v$	载机速度	m/s
$\lambda$	雷达波长	m
$\theta$	杂波方向与航向的夹角	弧度

直观理解：飞机飞过地面，前方的地物向你靠近（正多普勒），后方的地物远离你（负多普勒），侧方的地物几乎没有径向速度（零多普勒）。所以杂波在角度-多普勒图上呈现一条”脊”。

### 为什么一维滤波不够？

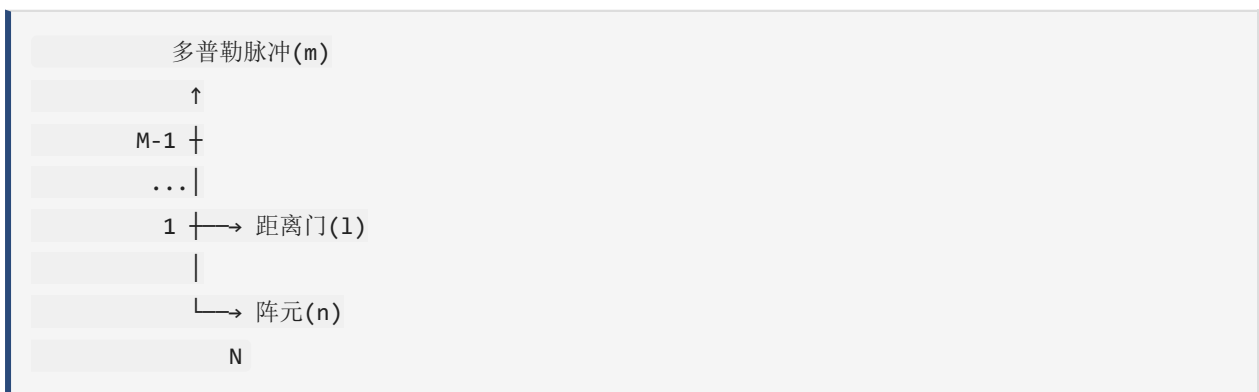
- 全频域滤波（MTI）：只能抑制零多普勒附近的杂波，但运动杂波（如风吹的树）有非零多普勒，会漏过
- 空域滤波（DBF）：只能抑制特定方向的干扰，但杂波从所有方向来

空时二维滤波：同时利用角度和多普勒信息，在二维平面上”挖”出目标所在的位置。

## 9.2.3 STAP的数据结构

### 空时数据立方体

STAP处理的数据是一个三维数据块：



三个维度：

- $N$ ：阵元数（空域）
- $M$ ：一个CPI内的脉冲数（时域/多普勒域）
- $L$ ：距离门数

## 空时快拍

对某一个距离门，取出所有N个阵元和M个脉冲的数据，得到一个  $NM \times 1$  的向量：

$$\mathbf{x} = [x(0,0), x(0,1), \dots, x(N-1, M-1)]^T$$

这就是空时快拍——包含了该距离门的所有空时信息。

## 空时导向矢量

目标信号的空时导向矢量是两个导向矢量的Kronecker积：

$$\mathbf{s} = \mathbf{s}_t(f_d) \otimes \mathbf{s}_s(\theta)$$

- $\mathbf{s}_s(\theta) = \left[ 1, e^{j\frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta}, \dots, e^{j(N-1)\frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta} \right]^T$  —— 空域导向矢量
- $\mathbf{s}_t(f_d) = \left[ 1, e^{j2\pi f_d T}, \dots, e^{j(M-1)2\pi f_d T} \right]^T$  —— 时域导向矢量
- $\otimes$  表示Kronecker积

直观理解：空时导向矢量描述了”从  $\theta$  方向来、以  $f_d$  多普勒运动”的目标在所有阵元和脉冲上的响应模式。

## 9.2.4 最优STAP

### STAP的基本思想

STAP本质上是一个二维自适应滤波器：

$$y = \mathbf{w}^H \cdot \mathbf{x}$$

其中  $\mathbf{w}$  是  $NM \times 1$  的权向量。

### 权向量计算

最优STAP权向量的推导和MVDR类似：

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{s}}$$

其中：

符号	含义
$\mathbf{R}$	空时协方差矩阵 ( $NM \times NM$ )
$\mathbf{s}$	空时导向矢量
$\mathbf{w}_{\text{opt}}$	最优权向量

## 协方差矩阵的构成

空时协方差矩阵包含三种成分：

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_n + \mathbf{R}_j + \mathbf{R}_c$$

成分	含义	来源
$\mathbf{R}_n$	噪声协方差	热噪声等
$\mathbf{R}_j$	干扰协方差	人为干扰
$\mathbf{R}_c$	杂波协方差	地/海/气象杂波

## 性能评价指标：SINR损失

$$\text{SINR}_{\text{loss}} = \frac{\text{SINR}_{\text{out}}}{\text{SINR}_{\text{in}}}$$

- $\text{SINR}_{\text{loss}} = 0 \text{ dB}$ : 完美处理，无损失
- $\text{SINR}_{\text{loss}} = -3 \text{ dB}$ : 损失一半
- $\text{SINR}_{\text{loss}} = -10 \text{ dB}$ : 损失90%，基本无法检测

## STAP的核心矛盾

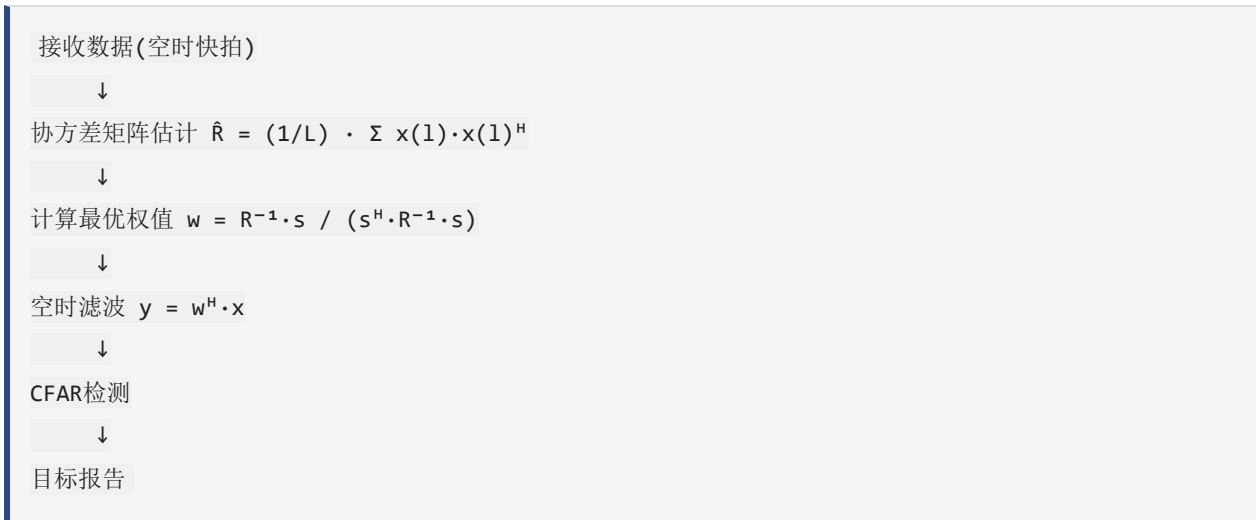
问题： $\mathbf{R}$  是  $NM \times NM$  的矩阵。如果  $N = 20$ ,  $M = 20$ , 则  $\mathbf{R}$  是  $400 \times 400 = 160,000$  个元素。要准确估计  $\mathbf{R}$ , 需要  $2NM \approx 800$  个独立同分布的样本！

这就是STAP最大的挑战—— 样本需求量巨大，计算量惊人。

## 9.2.5 STAP的局限性

问题	描述	后果
计算量大	$NM$ 维矩阵求逆	实时处理困难
样本需求高	需要 $2NM$ 个独立样本	非均匀环境性能下降
非均匀杂波	城市、山区杂波分布复杂	协方差估计不准
运动目标模糊	低速目标被杂波脊淹没	难以检测
最小可检测速度	杂波脊附近有一个“盲区”	低速目标无法检测

## 9.2.6 STAP的典型处理流程



### 9.2.7 降维STAP

由于最优STAP的计算量太大，实际系统中使用降维STAP。

#### 降维的思路

不是所有NM维数据都需要——我们只关心目标所在的那个角度-多普勒单元附近的区域。因此可以：

1. 先做常规波束形成（降空域维数）
2. 再做多普勒滤波（降时域维数）
3. 在少量通道上做自适应（降低矩阵维数）

直观理解：最优STAP像是在整个NM维空间里”地毯式搜索”，而降维STAP则是在一个缩小了的”重点区域”中搜索。

#### 常见的降维方法

方法	原理	特点
局域化STAP	只在相邻多普勒通道和相邻波束上做自适应	简单实用
$\Sigma \Delta$ -STAP	只用和波束、差波束两个通道	用于跟踪模式
post-Doppler STAP	先做多普勒滤波，再在空域做自适应	最常用
特征对消	只抑制最大的几个特征值对应的杂波分量	适用于强杂波

#### 降维的效果对比

维度: $NM$	$\rightarrow$	$N_{red} \cdot M_{red}$
计算量: $(NM)^3$	$\rightarrow$	$(N_{red} \cdot M_{red})^3$
样本需求: $2NM$	$\rightarrow$	$2 \cdot N_{red} \cdot M_{red}$

例如:  $N = 20, M = 20$ , 降到  $N_{red} = 3, M_{red} = 3$ :

- 矩阵维数:  $400 \rightarrow 9$  (缩小45倍)
- 计算量:  $6400万 \rightarrow 729$  (缩小约88000倍!)
- 样本需求:  $800 \rightarrow 18$  (缩小45倍)

当然, 降维会带来一定的性能损失, 但在实际系统中, 这是必要的折中。

## 9.3 DBF与STAP的关系

### 两者的区别

维度	DBF	STAP
处理维度	仅空域	空域+时域
权向量维数	$N \times 1$	$NM \times 1$
解决的问题	定向接收/发射	杂波+干扰联合抑制
计算复杂度	$O(N^3)$	$O(N^3M^3)$
应用场景	通信、雷达、声纳	机载雷达、预警雷达

### 两者的联系

- DBF是STAP的特例: 当  $M = 1$  (只用一个脉冲) 时, STAP退化为DBF
- STAP是DBF的推广: STAP在空域滤波的基础上增加了时域(多普勒)维度
- DBF常用于STAP的前端: 先用DBF形成多个波束, 降低STAP的空域维度

### 一句话总结

DBF是”在空间域上定向”, STAP是”在空间-时间二维平面上精确定位目标并抑制杂波”。

## 本章总结

### 数字波束形成 (DBF)

1. 均匀线阵：N个等间距阵元，方向图由阵列因子决定
2. 波束指向：通过相位加权将波束指向特定方向
3. 常规波束形成：权向量等于导向矢量
4. 自适应波束形成 (MVDR)：自动在干扰方向形成零陷
5. 核心公式：

- 导向矢量： $\mathbf{a}_s(\theta) = \left[ 1, e^{j\frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta}, \dots, e^{j(N-1)\frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta} \right]^T$
- 波束形成输出： $y = \mathbf{w}^H \cdot \mathbf{x}$
- MVDR权值： $\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}^{-1}\mathbf{a}_s}{\mathbf{a}_s^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_s}$

### 空时自适应处理 (STAP)

1. 为什么需要：一维滤波无法处理空变杂波和干扰
2. 杂波脊：杂波在角度-多普勒平面沿斜线分布
3. 最优STAP： $NM$  维权向量， $\mathbf{R}^{-1}\mathbf{s} / (\mathbf{s}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s})$
4. 降维STAP：解决计算量和样本需求的工程折中
5. 核心公式：

- 空时导向矢量： $\mathbf{s} = \mathbf{s}_t(f_d) \otimes \mathbf{s}_s(\theta)$
- 最优权值： $\mathbf{w}_{\text{opt}} = \frac{\mathbf{R}^{-1}\mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}}$

### 典型应用场景

场景	推荐方案	原因
通信基站	DBF	只有空间干扰，无杂波
地基雷达	DBF (加MTI)	杂波静止，一维滤波足够
机载预警雷达	STAP	强杂波且空时耦合
星载雷达	降维STAP	计算资源受限

场景	推荐方案	原因
被动雷达	DBF	无发射信号，无自身杂波

## 记忆要点

- DBF = 空域滤波 = “在哪听”
- MTI/MTD = 时域滤波 = “听多快”
- STAP = 空时联合 = “在哪听 + 听多快” 同时做

## 本章计算练习题

### 题1：波束指向角

一个 8 元均匀线阵，阵元间距  $d = \lambda/2$ ，载频  $f_c = 3 \text{ GHz}$ 。若要波束指向  $\theta_0 = 30^\circ$ ，求各阵元的相位加权值。

► [点击查看解答](#)

### 题2：半功率波束宽度

一个 16 元均匀线阵， $d = \lambda/2$ ，波束指向法线方向 ( $\theta_0 = 0^\circ$ )。求半功率波束宽度 (HPBW)。

► [点击查看解答](#)

### 题3：栅瓣条件

均匀线阵，阵元间距  $d = \lambda$ ，波束指向法线方向。问：是否存在栅瓣？如果存在，出现在什么角度？

► [点击查看解答](#)

### 题4：MVDR 自适应零陷

一个 4 元均匀线阵， $d = \lambda/2$ 。期望信号来自  $0^\circ$ ，干扰来自  $30^\circ$ 。已知干扰加噪声协方差矩阵  $\mathbf{R}$  的逆为：

$$\mathbf{R}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 2 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 & 2 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0.5 & 2 \end{bmatrix}$$

求 MVDR 权向量。

► [点击查看解答](#)

---



---

## 第10章 代表性雷达介绍

### 本章内容

- 10.1 相控阵雷达
- 10.2 合成孔径雷达 (SAR)
- 10.3 双/多基地雷达
- 10.4 汽车雷达 (补充介绍)

### 10.1 相控阵雷达

#### 10.1.1 从“转天线”到“电扫描”

生活例子：传统雷达像你家客厅里的风扇——摇头晃脑地扫过整个房间，看到哪儿，扇到哪儿。但有没有想过：如果能把几百个小风扇排成一排，通过控制每个风扇的开关和风向，就能“不动声色”地让风吹向任何方向？

这就是相控阵雷达的核心理念——天线不动，波束动。

传统机械扫描雷达：

天线转动 → 波束跟着转

↓

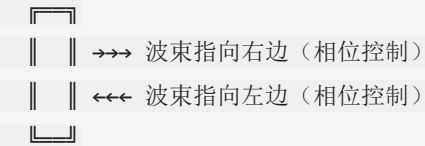
→→→ 波束指向右边

←←← 波束指向左边

需要转台，速度慢，机械故障多

### 相控阵电扫描雷达：

天线固定，波束电子控制



无机械运动，毫秒级切换，可靠性高

### 相控阵的三个核心优势

优势	解释	军事意义
快速扫描	微秒级改变波束方向	同时跟踪数百目标
多波束	同时产生多个不同指向的波束	搜索+跟踪同时进行
低可观测性	波束形状灵活控制	降低被截获概率

雷达实例：美国的”萨德”（THAAD）反导系统使用的就是相控阵雷达，能在极短时间内搜索大面积空域，同时跟踪多个来袭导弹。

## 10.1.2 电扫描原理

### 相位控制的基本公式

回忆第9章学过的内容，相控阵的波束指向由阵元间的相位差决定：

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \sin \theta_0$$

其中：

符号	含义	单位
$\phi$	相邻阵元间的相位差	弧度
$d$	阵元间距	米
$\lambda$	信号波长	米

符号	含义	单位
$\theta_0$	期望的波束指向角	弧度

每个阵元需要补偿的相位：

$$\Phi_n = n \cdot \phi = n \cdot \frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \sin \theta_0$$

直观理解： 想让波束指向  $\theta_0$  方向，就在第  $n$  个阵元上增加  $\Phi_n$  的相位延迟。就像排队时，你想让队伍指向某个方向，就让每个人依次延迟半步——越靠后的人延迟越多。

### 阵列因子

N个阵元的归一化方向图：

$$F(\theta) = \frac{\sin \left[ N \cdot \frac{\pi d}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_0) \right]}{N \cdot \sin \left[ \frac{\pi d}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_0) \right]}$$

主瓣宽度（3dB波束宽度）：

$$\theta_{3dB} \approx \frac{0.886\lambda}{Nd \cdot \cos \theta_0}$$

可见：

- 阵元越多（N越大），波束越窄（分辨率越高）
- 扫描角度越大（ $\theta_0$ 越大），波束越宽（性能下降）

### 方向图乘积定理

相控阵的完整方向图 = 阵元方向图 x 阵列因子：

$$F_{total}(\theta) = F_e(\theta) \cdot F_a(\theta)$$

项	含义	特性
$F_e(\theta)$	单个阵元的方向图	宽的，覆盖大角度
$F_a(\theta)$	阵列因子（N个阵元的干涉）	窄的，决定波束形状
$F_{total}$	最终方向图	窄波束，受阵元方向图调制

直观理解： 每个阵元像一个小手电筒（宽光束），N个手电筒排在一起，通过相干干涉形成一束很窄的激光（窄波束）。但最终的波束不能超出单个手电筒的照亮范围。

### 栅瓣问题

当  $d > \lambda/2$  时，会出现栅瓣——在非期望方向上也形成强波束。

栅瓣条件：

$$\frac{d}{\lambda} > \frac{1}{1 + |\sin \theta_{\max}|}$$

其中  $\theta_{\max}$  是最大扫描角。

直观理解：栅瓣就像你在栅栏的空隙中看东西——当缝隙太大时，你会看到多个“重影”。在雷达中，栅瓣会导致方向模糊，把不同方向的目标混淆。

实际设计：大多数相控阵的阵元间距取  $d = \lambda/2$ ，在保证无栅瓣的前提下最大化分辨率。

### 波束展宽

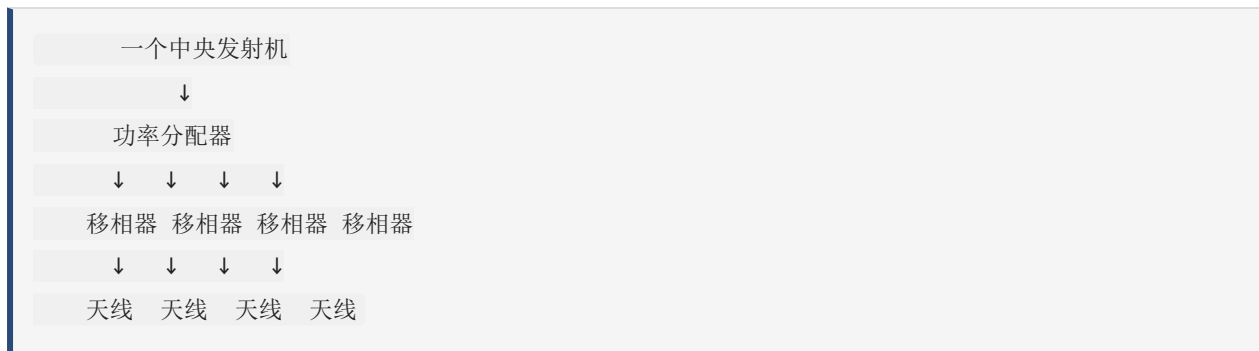
当波束扫描到  $\theta$  方向时，波束宽度会展宽：

$$\theta_{3dB}(\theta) = \frac{\theta_{3dB}(0)}{\cos \theta}$$

直观理解：波束指向正前方时最窄（分辨率最高），指向侧面时变宽（分辨率下降）。所以相控阵的有效扫描范围通常在  $\pm 60^\circ$  以内。

## 10.1.3 有源相控阵 vs 无源相控阵

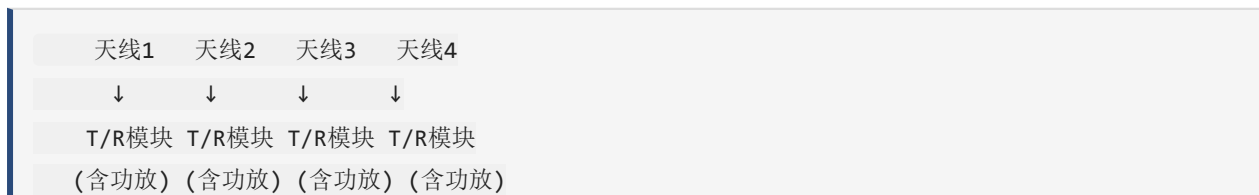
### 无源相控阵 (Passive ESA)

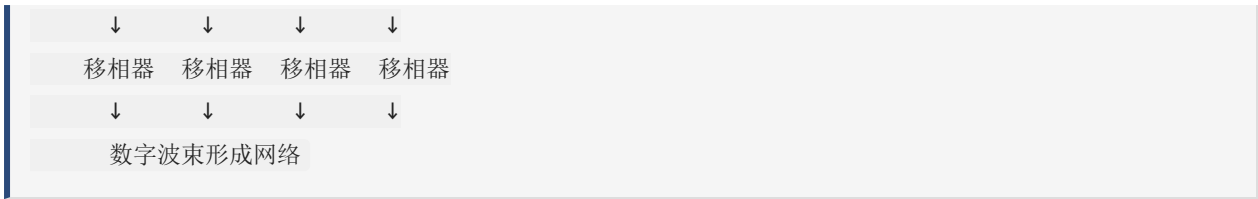


特点：

- 只有一个中央大功率发射机
- 通过移相器控制波束
- 发射和接收共用天线

### 有源相控阵 (Active ESA / AESA)





每个T/R模块包含：

- 功率放大器（发射）
- 低噪声放大器（接收）
- 移相器
- 衰减器
- 环形器/开关

### 对比

特性	无源相控阵	有源相控阵
发射机数量	1个（大功率）	N个（小功率）
可靠性	中央功放故障=全系统失效	逐步退化（graceful degradation）
功耗效率	低（馈线损耗大）	高（功放靠近天线）
成本	较低	较高（大量T/R模块）
代表系统	爱国者PAC-3雷达	F-22的AN/APG-77， F-35的AN/APG-81

直观理解：

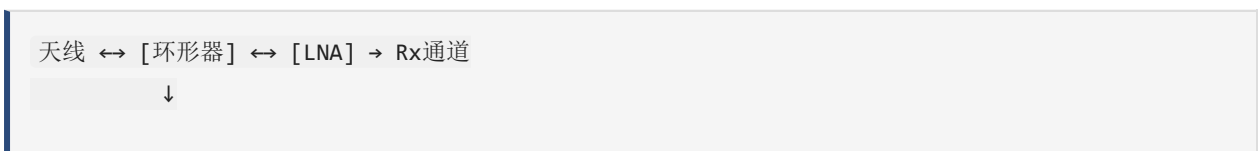
- 无源相控阵 = 一个大力士通过复杂的绳索系统拉动所有天线
- 有源相控阵 = 每个天线都有自己的小马达，协调一致地工作

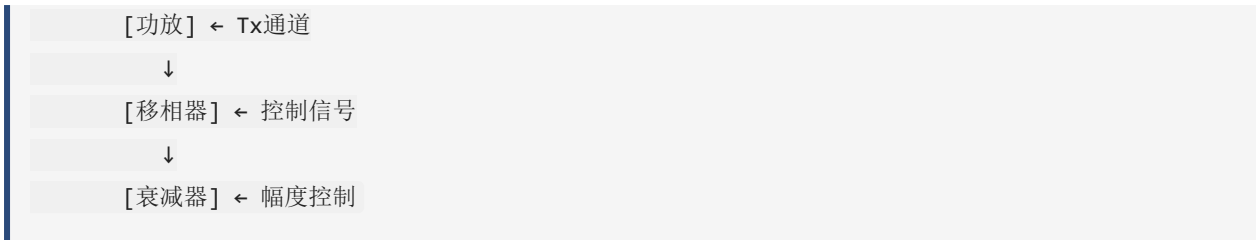
可靠性的比喻： 无源就像灯泡串联——一个坏了全都不亮；有源就像灯泡并联——坏几个不影响其他，只是整体亮度略降。这叫**逐步退化**（graceful degradation），是AESA最重要的优势之一。

### 10.1.4 T/R模块

#### T/R模块是AESA的核心

每个T/R模块本质上是一个微型收发信机：





**功能：**

- 发射时：放大信号，控制相位和幅度
- 接收时：低噪声放大，控制相位和幅度

**关键指标**

指标	典型值	意义
发射功率	5~10W (GaN可达50W+)	每通道功率
噪声系数	2~4 dB	接收灵敏度
相位分辨率	5~6 bit	波束指向精度
幅度控制	6 bit	低副瓣控制
效率	30~50%	功耗和散热

**雷达实例：** F-22的AN/APG-79雷达有约1200个T/R模块，F-35的AN/APG-81有约1200个，每个模块约10W。即使20%的模块损坏，雷达仍能正常工作。

**10.1.5 相控阵的应用**

应用	代表系统	特点
机载火控	F-22 AN/APG-77	低截获概率，多目标
舰载防空	宙斯盾 SPY-1	360度覆盖，远程
弹道导弹防御	萨德 THAAD	极高灵敏度
预警探测	PAVE PAWS	巨型固定阵面
气象雷达	中国的S波段相控阵	快速三维扫描

**10.2 合成孔径雷达 (SAR)**

## 10.2.1 从”大天线”到”小天线飞着用”

生活例子：你要拍一张清晰的全景照片。如果你用手机拍，拍到的人像很小。但如果你把手机绑在无人机上，让无人机飞过整个场景，然后把所有拍到的照片拼在一起，就能得到一张超高清全景图。

这就是SAR的原理——用运动合成大的”虚拟孔径”。

核心矛盾：

- 高分辨率需要大天线（孔径大）
- 但飞机上放不了超大天线

SAR的解决方案：用小天线在飞机上，飞机飞过”沿途”记录信号，然后在地面处理中合成一个大孔径。

### 天线孔径与分辨率的关系

真实孔径雷达的分辨率：

$$\rho_a = \frac{\lambda R}{D}$$

其中：

符号	含义	单位
$\rho_a$	方位分辨率	米
$\lambda$	波长	米
$R$	距离	米
$D$	天线实际孔径	米

例子：  $\lambda = 0.03$  m (X波段)，  $R = 10$  km，  $D = 1$  m：

$$\rho_a = \frac{0.03 \times 10000}{1} = 300 \text{ m}$$

300米的分辨率！两个相距200米的坦克，在雷达图像上就是一个点——完全分不出来。

SAR的方位分辨率：

$$\rho_a^{\text{SAR}} = \frac{D}{2}$$

这是一个神奇的结果！SAR的分辨率与距离无关，只和天线实际尺寸有关！

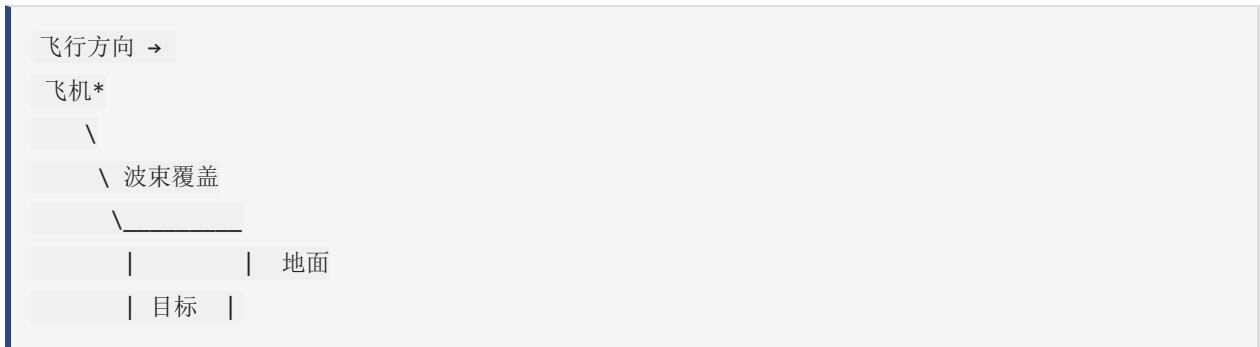
直观理解：在SAR中，合成的”虚拟孔径”长度  $L_s = \frac{\lambda R}{D}$ ，由此得到的角分辨率  $\theta \approx \frac{\lambda}{2L_s} = \frac{D}{2R}$ ，再乘以距离  $R$ ，得到  $\rho_a = D/2$ 。

虽然原理上有点绕，但结论非常简单：天线越小，SAR分辨率越高（因为小天线能形成更宽的波束，合成的孔径更长）。

## 10.2.2 SAR的工作原理

### 数据采集

飞机沿直线飞行，雷达以脉冲重复频率（PRF）向侧面发射脉冲：



关键概念：合成孔径时间

目标暴露在波束内的时间：

$$T_s = \frac{L_s}{v} = \frac{\lambda R}{D \cdot v}$$

其中：  $v$  是载机速度。

在这段时间内，雷达持续接收来自目标的回波，每个脉冲都记录了目标在不同位置处的信息。

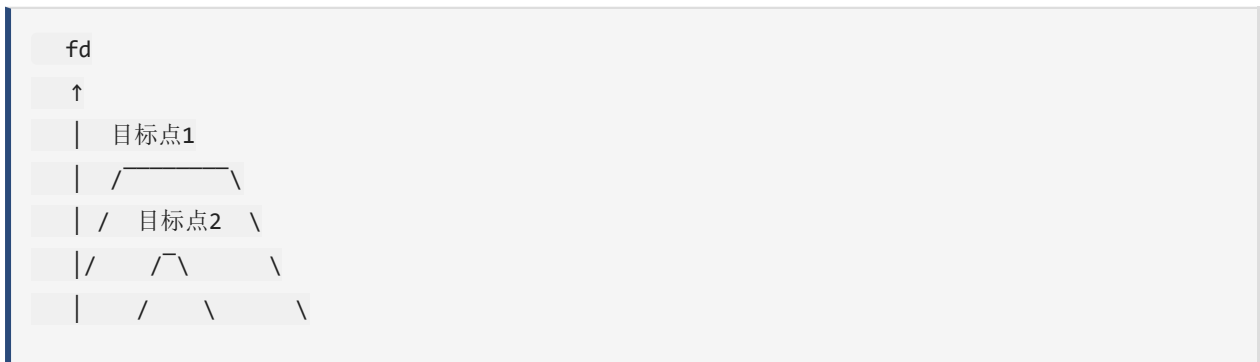
### 多普勒历程

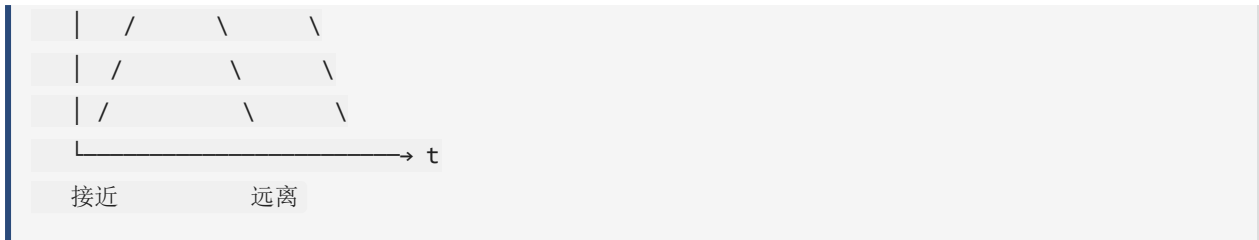
当飞机飞过目标时，目标的多普勒频率随时间线性变化：

飞机接近目标时：  $f_d$  为正（频率升高）

飞机掠过目标正侧方时：  $f_d = 0$

飞机远离目标时：  $f_d$  为负（频率降低）





这个频率变化（线性调频特性）正是SAR实现高分辨的关键——通过匹配滤波处理，可以压缩出高分辨率的方位像。

### 距离分辨率

SAR的距离分辨率（与普通雷达相同）：

$$\rho_r = \frac{c}{2B}$$

其中：  $B$  是发射信号带宽。

要提高距离分辨率，需要更大的带宽。现代SAR使用线性调频信号（LFM），带宽可达数百MHz，距离分辨率可达亚米级。

## 10.2.3 SAR成像算法

SAR成像需要将原始回波数据处理为图像。主要有两种经典算法：

### 距离-多普勒算法（R-D算法）

最经典的SAR成像算法，分两步处理：

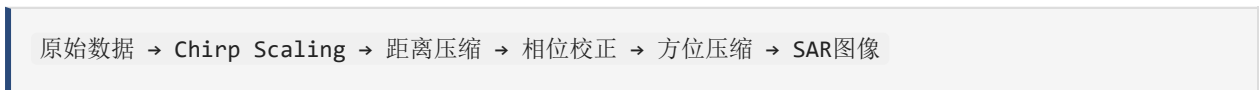
1. 距离压缩：对每个脉冲做匹配滤波（压缩到高分辨率）
2. 方位压缩：在距离-多普勒域做匹配滤波



**距离徙动（RCM）：** 目标在合成孔径时间内，与雷达的斜距会变化，导致目标的回波”跨越”多个距离门。R-D算法通过插值校正这个效应。

### Chirp Scaling算法（C-S算法）

更先进的算法，不需要插值，效率更高：



## 10.2.4 SAR的应用

应用	典型平台	分辨率	用途
军事侦察	无人机/卫星	0.1~1 m	目标识别
地形测绘	飞机/卫星	5~30 m	制作DEM
灾害监测	卫星	1~10 m	洪水/地震评估
海洋监测	卫星	10~100 m	海冰/船舶监测
考古	飞机	0.5~2 m	地下遗迹探测

雷达实例：

- TerraSAR-X 德国卫星SAR，分辨率高达1米
- 高分三号 中国卫星SAR，分辨率1米
- Capella Space 商业SAR星座，分辨率0.5米

## 10.2.5 SAR的优势与局限

优势：

- 全天候（不受云雨影响）
- 全天时（白天黑夜都能工作）
- 高分辨率（理论上可达亚米级）
- 大面积覆盖

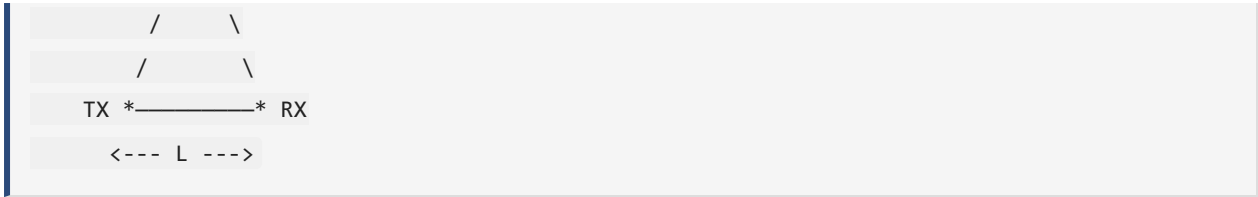
局限：

- 数据处理量大（需要高性能计算）
- 运动补偿要求高（飞机抖动影响成像质量）
- 几何畸变（透视收缩、叠掩、阴影）
- 难以识别（需要和光学图像配合解释）

## 10.3 双/多基地雷达

### 10.3.1 从”单人唱戏”到”多人配合”





通过多个接收站或多个发射站，多个椭圆的交点就是目标位置。

### 10.3.3 双基地雷达的几何构型

构型	示意图	特点
发射站-接收站分开	TX — * — RX	最基本的双基地
多发射站	TX1, TX2, TX3 — * — RX	多视角探测
多接收站	TX — * — RX1, RX2, RX3	定位精度高
网状	多个TX和多个RX	覆盖范围最大

### 10.3.4 双基地雷达的方程

双基地雷达方程：

$$P_R = \frac{P_T G_T G_R \lambda^2 \sigma_b}{(4\pi)^3 R_T^2 R_R^2 L}$$

符号解释：

符号	含义
$P_R$	接收功率
$P_T$	发射功率
$G_T, G_R$	发射/接收天线增益
$\lambda$	波长
$\sigma_b$	双基地RCS（雷达截面积）
$R_T, R_R$	发射/接收到目标的距离
$L$	系统损耗

和单基地的区别：分母是  $R_T^2 \cdot R_R^2$  而不是  $R^4$ 。当  $R_T = R_R$  时，和单基地一样。

### 10.3.5 双/多基地雷达的优势

1. 抗干扰能力强
  - 接收站可以静默工作，敌方难以发现
  - 即使发射站被干扰，接收站仍可能接收信号
2. 抗隐身
  - 隐身飞机主要优化了正前方的RCS（单基地方向）
  - 从侧面或上方来的信号，RCS可能大数百倍
3. 反辐射导弹防御
  - 接收站不发射信号，不会被反辐射导弹攻击
  - 发射站可以远离战场
4. 探测低空目标
  - 多视角可以克服地球曲率的遮挡
5. 利用机会照射源
  - 可以使用广播、电视、通信信号作为发射源
  - 这就是无源雷达的概念

### 10.3.6 无源雷达（PCL）

定义： 使用第三方发射源（机会照射源）的被动雷达系统。

常见的机会照射源：

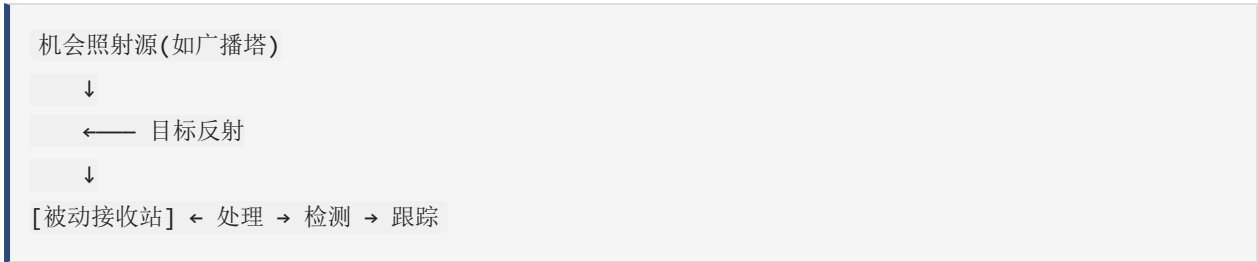
信号源	频率	带宽	特点
FM广播	88~108 MHz	窄	覆盖广
数字电视	470~862 MHz	宽(8MHz)	分辨率高
4G/5G基站	700~3500 MHz	宽	分辨率高
卫星信号	GPS/DVB-S	窄	全球覆盖

经典案例：

**Daventry Experiment (1935年)：** 世界上第一个雷达实验！Watson-Watt使用BBC广播电台的短波信号，探测到了约12公里外的飞机。这实际上就是最早的双基地/无源雷达实验。

**Klein Heidelberg (二战时期)：** 德军使用的无源雷达系统，利用英国Chain Home雷达的信号作为照射源，探测来袭的盟军飞机。

现代无源雷达系统：



### 10.3.7 双/多基地雷达的挑战

挑战	描述	解决方案
时间同步	发射站和接收站需要精确同步	GPS授时，原子钟
相位同步	相干处理需要相位同步	直达波参考，锁相环
空间同步	接收波束需要指向目标	宽波束或多波束
动态范围	直达波比目标回波强得多	直达波抵消
几何精度	定位精度受几何构型影响	多站优化布置

## 10.4 汽车雷达（补充介绍）

### 10.4.1 从”军用”到”民用”

雷达不仅在军事上大显身手，也走进了我们的日常生活——特别是汽车雷达，它是自动驾驶的核心传感器之一。

工作频段： 24 GHz / 77 GHz（毫米波）

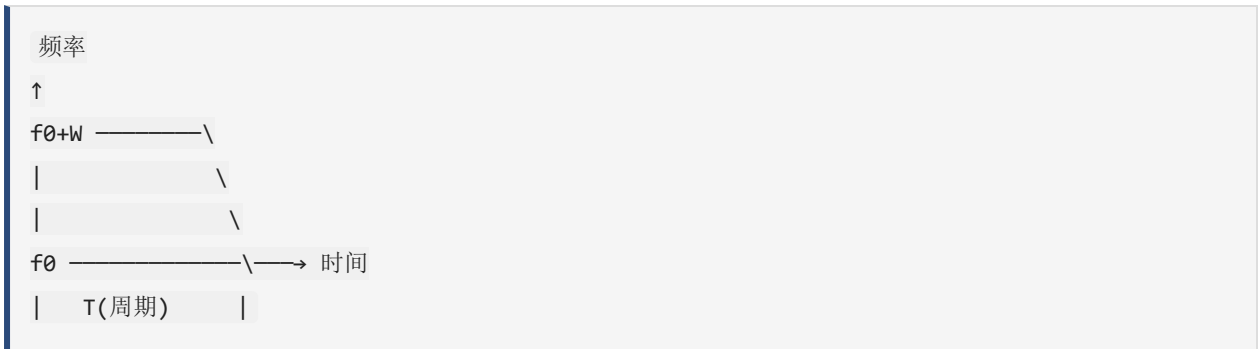
为什么用毫米波？

- 频率高 → 波长小 → 天线小 → 容易集成
- 带宽大 → 分辨率高
- 穿透性好（比激光雷达好，不受雨雾影响）

### 10.4.2 汽车雷达的工作原理

主流体制：FMCW（调频连续波）

FMCW雷达不发射脉冲，而是发射频率连续变化的信号：



发射信号： 频率从  $f_0$  线性增加到  $f_0 + W$ ，周期为  $T$

测距原理：

发射信号和接收信号混频后得到差频  $f_b$ ：

$$f_b = \frac{W}{T} \cdot \frac{2R}{c}$$

所以距离：

$$R = \frac{c \cdot T \cdot f_b}{2W}$$

符号解释：

符号	含义	单位
$f_b$	差频（发射和接收的频率差）	Hz
$W$	调制带宽	Hz
$T$	调制周期	s
$R$	目标距离	m
$c$	光速	m/s

测速原理：

利用多个周期的相位差测量速度（和普通脉冲雷达的多普勒测速相同）。

### 10.4.3 典型汽车雷达芯片

TI（德州仪器）AWR1642：

- 频率：76~81 GHz（4 GHz带宽）
- 发射功率：12.5 dBm
- 噪声系数：14 dB（76-77 GHz） / 15 dB（77-81 GHz）
- 相位噪声：-95 dBc/Hz @ 1MHz
- 单片集成：包含3个发射通道、4个接收通道、DSP处理

**功能：**

- 自适应巡航控制 (ACC)
- 自动紧急制动 (AEB)
- 盲点检测 (BSD)
- 变道辅助 (LCA)

### 10.4.4 汽车雷达 vs 传统雷达

特性	传统军事雷达	汽车雷达
频率	L~X波段	77 GHz毫米波
探测距离	数百公里	几十到几百米
成本	数百万~数亿	几十~几百元
体积	庞大	手掌大小
处理能力	专用处理	单芯片集成

**雷达的平民化：** 几十年前，雷达是只有军方才用得起的”黑科技”。今天，你的车里可能有5~10个雷达——前向、后向、侧向、角雷达——它们保护着你的安全，而你甚至感觉不到它们的存在。

## 本章总结

### 三大雷达体制

#### 相控阵雷达

- 原理：通过相位控制实现电扫描
- 核心优势：快速、灵活、多波束
- 分类：有源 (AESA) vs 无源 (PESA)
- 核心公式： $\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta_0$
- 代表应用：F-35雷达、宙斯盾系统

#### 合成孔径雷达 (SAR)

- 原理：用平台运动合成虚拟大孔径
- 核心优势：全天候高分辨率成像
- 核心结论：方位分辨率  $\rho_a = D/2$ （与距离无关！）
- 经典算法：R-D算法、C-S算法
- 代表应用：TerraSAR-X、高分三号

### 双/多基地雷达

- 原理：收发分置
- 核心优势：抗干扰、抗隐身、抗反辐射导弹
- 变种：无源雷达（利用机会照射源）
- 核心公式：双基地雷达方程
- 历史意义：Davenport实验（1935年）——雷达的起源

### 三类雷达的对比

特征	相控阵	SAR	双/多基地
天线	固定阵列	小天线+运动合成	分置
扫描方式	电扫	平台运动	空间分集
主要功能	搜索/跟踪	高分辨成像	反隐身/抗干扰
复杂度	高（T/R模块）	中（信号处理）	高（同步）

### 记忆要点

- 相控阵 = “不动天线动波束”（电扫）
- SAR = “小天线飞成大孔径”（合成）
- 双基地 = “发和收分开”（分置）
- FMCW = “频率一直变，距离差频算”（汽车雷达）

从军用走向民用，雷达技术正在改变我们的世界。从预警卫星上的巨型相控阵，到手机里即将集成的微型毫米波雷达——雷达的未来，才刚刚开始。

### 本章计算练习题

### 题1：相控阵相位计算

一部有源相控阵雷达工作频率  $f_c = 10 \text{ GHz}$ ，阵元间距  $d = 1.5 \text{ cm}$ 。要使波束指向  $\theta_0 = 45^\circ$ ，求相邻阵元间的相位差。

► [点击查看解答](#)

### 题2：SAR 方位分辨率

星载 SAR 的天线长度  $D = 10 \text{ m}$ ，轨道高度  $H = 600 \text{ km}$ ，工作频率  $f_c = 5 \text{ GHz}$ 。求：(1) SAR 的方位分辨率  $\rho_a$ ；(2) 如果改用真实孔径雷达，需要多大的天线才能达到同样的分辨率？

► [点击查看解答](#)

### 题3：SAR 合成孔径长度

题2中的 SAR 卫星飞行速度  $v_s = 7500 \text{ m/s}$ ，合成孔径时间为多少？合成孔径长度为多少？

► [点击查看解答](#)

### 题4：双基地雷达方程推导

双基地雷达中，发射站到目标的距离为  $R_T$ ，目标到接收站的距离为  $R_R$ 。发射功率  $P_t$ ，发射增益  $G_t$ ，接收增益  $G_r$ ，目标 RCS  $\sigma_b$ ，系统损耗  $L$ 。推导双基地雷达接收功率公式。

► [点击查看解答](#)

---

---